

## Unitat didàctica 10. Càlcul de probabilitats

### Reflexiona

Els cotxes d'aquest joc es mouen de la manera següent: es llancen dos daus i avança una casella el cotxe el nombre del qual coincideixi amb la suma dels punts.

		•	••	•••	••••	•••••	••••••
•	2	3	4	5	6	7	
••	3	4	5	6	7	8	
•••	4	5	6	7	8	9	
••••	5	6	7	8	9	10	
•••••	6	7	8	9	10	11	
••••••	7	8	9	10	11	12	

■ És lògic que hi hagi tanta diferència en la posició dels cotxes?

Sí que és lògic, perquè hi ha més maneres d'obtenir 6 o 7 que d'obtenir 12 o 2.

■ Reprodueix el tauler de joc sobre paper quadriculat i juga una partida usant fitxes en comptes de cotxes. Abans de començar, fes pronòstics sobre quina serà la fitxa guanyadora.

La fitxa guanyadora serà, en teoria, la 7.

■ Observa atentament la taula de la dreta i intenta relacionar-hi el resultat del joc.

Segons la taula, el nombre que té més formes de sortir és el 7, per la qual cosa, a l'hora de jugar, el 7 apareixerà més vegades i, per tant, aquesta fitxa serà la que tingui més probabilitats de guanyar.

### Et convé recordar

Quines experiències són regulars i quines són irregulars

■ Digues quins d'aquests esdeveniments corresponen a experiències regulars i assigna'ls probabilitat.

a) Obtenir 3 en llançar un dau perfecte.

Experiència regular. Probabilitat =  $\frac{1}{6}$

b) Obtenir 3 en llançar un dau imperfecte.

Experiència irregular.

c) Extreure una carta d'oros d'una baralla espanyola.

Experiència regular. Probabilitat =  $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

d) Extreure una bola vermella d'un pot la composició del qual desconeixem.

Experiència irregular.

e) Que un assegurat d'una companyia d'assegurances tingui un accident l'any vinent.

Experiència irregular.

Què són la freqüència absoluta i la freqüència relativa

■ Llancem 170 vegades un dau que hem fet. Els resultats obtinguts són:

Puntuació	1	2	3	4	5	6
Nre. de vegades	22	17	41	55	32	3

Digues la freqüència absoluta i la freqüència relativa dels esdeveniments següents.

a)  $A = \{\text{NOMBRE PARELL}\}$       b)  $B = \{5, 6\}$       c)  $C = \{\text{NOMBRE DIFERENT DE 6}\}$

a)  $f(A) = 75$     $fr(A) \approx 0,44$ ;    b)  $f(B) = 35$     $fr(B) \approx 0,21$ ;    c)  $f(C) = 167$     $fr(C) \approx 0,98$

## Activitats

**10.1** Cadascun dels 40 alumnes de la classe de la Marta i l'Anna va llançar 100 cops dues monedes i va anotar el nombre de cares (0, 1, 2) de cada llançament. Els resultats van ser:

	Marta	Anna	2 alumnes més	4 alumnes més	12 alumnes més	Els 20 restants
0	25	22	43	107	281	495
1	47	56	105	191	595	990
2	28	22	52	102	324	515

Calcula la freqüència relativa dels esdeveniments «cap cara», «una cara» i «dues cares», tot acumulant les dades dels alumnes. (Per a 1, per a 2, per a 4, per a 8, per a 20 i per als 40 alumnes de la classe.)

1)  $fr(0) = 0,25$        $fr(1) = 0,47$        $fr(2) = 0,28$   
 2)  $fr(0) = 0,235$        $fr(1) = 0,515$        $fr(2) = 0,25$   
 4)  $fr(0) = 0,225$        $fr(1) = 0,52$        $fr(2) = 0,255$   
 8)  $fr(0) = 0,24$        $fr(1) = 0,49$        $fr(2) = 0,255$   
 20)  $fr(0) = 0,239$        $fr(1) = 0,497$        $fr(2) = 0,264$   
 40)  $fr(0) = 0,2432$        $fr(1) = 0,496$        $fr(2) = 0,261$

**10.2** Busca cinc esdeveniments diferents en l'experiència «llançar una moneda 3 vegades i comptar el nombre de cares». Quin és l'esdeveniment segur?

$A = \{+++ \}$  → «Sortir tres creus»

$B = \{CCC \}$  → «Sortir tres cares»

$C = \{CC+ \}$  → «Sortir una sola creu»

$D = \{C++ \}$  → «Sortir una sola cara»

$E = \{C++, CC+, CCC \}$  → «Sortir almenys una cara»

L'esdeveniment segur és:

$E = \{CCCC, CCC+, C++, +++ \}$  → «Sortir alguna cara o alguna creu»

**10.3** Una bossa conté 10 boles numerades de l'1 al 10. L'experiència consisteix a extreure una bola.

a) Quin és l'espai mostral? L'espai mostral és:  $EM = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

b) Considerem els esdeveniments  $A = \{\text{obtenir nombre primer}\}$  i  $B = \{\text{obtenir múltiple de 3}\}$ . Escriu els esdeveniments  $A, B, A', B', A \cup B, A \cap B, A \cup A'$  i  $A \cap A'$ .

$A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{3, 6, 9\}$ ,

$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9\}$ ,  $A \cap B = \{3\}$

$A' = \{4, 6, 8, 9, 10\}$ ,  $B' = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$

$A \cup A' = E$

$A \cap A' = \emptyset$

**10.4** Llancem tres vegades una moneda.

a) Escriu-ne tots els esdeveniments elementals  $(C, C, C)$ ,  $(C, C, +)$ ,  $(C, +, C)$ ...

$\{C, C, C\}$ ,  $\{C, C, +\}$ ,  $\{C, +, C\}$ ,  $\{+, C, C\}$ ,  $\{C, +, +\}$ ,  $\{+, C, +\}$ ,  $\{+, +, C\}$ ,  $\{+, +, +\}$

b) Quins d'aquests esdeveniments formen l'esdeveniment  $E = \{\text{el primer cop ha sortit cara}\}$ ?

$\{C, C, C\}$ ,  $\{C, C, +\}$ ,  $\{C, +, C\}$ ,  $\{C, +, +\}$

c) Escriu un esdeveniment que sigui incompatible amb  $E$ .

$\{+ C C\}$

**10.5** Calcula la probabilitat dels esdeveniments  $A = \{3, 4, 5, 6\}$  i  $A'$ , tant en el cas del dau correcte com en el del dau defectuós de l'exercici resolt d'aquesta pàgina.

$$\text{Dau correcte: } P[A] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; P[A'] = \frac{1}{3}$$

$$\text{Dau defectuós: } P[A] = 0,5; P[A'] = 0,5$$

**10.6** S'extreu una carta d'una baralla espanyola. Calcula la probabilitat dels esdeveniments següents.

a) Que sigui una figura.  $P[\text{FIGURA}] = 12/40$

b) Que sigui bastos o espases.  $P[\text{BASTOS O ESPASES}] = 20/40$

c) Que sigui rei o oros.  $P[\text{OROS O REI}] = 13/40$

**10.7** D'una bossa que té 10 boles numerades del 0 al 9, se n'extreu una a l'atzar. Calcula les probabilitats següents.

a) Que sigui un nombre senar.  $P[\text{IMPAR.}] = 5/10$

b) Que sigui més gran que 5.  $P[\text{MAJOR QUE 5}] = 4/10$

c) Que no sigui el 7.  $P[\text{NO SIGUI 7}] = 9/10$

**10.8** S'extreu una bola d'una bossa que conte 4 boles blanques, 5 de vermelles, 5 de blaves i 3 de verdes.

a) Quina és la probabilitat que sigui vermella?  $P[\text{VERM.}] = 5/12$

b) I la probabilitat que no sigui blanca?  $P[\text{NO BLANCA}] = 8/12$

**10.9** En llançar dos daus, quina és la probabilitat que la suma sigui 4? Per calcular aquesta probabilitat, utilitza la taula de la pàgina 202. Observa que els casos possibles són  $6 \times 6 = 36$ , i els favorables (suma 4) són 3.

Observa la taula i calcula també les probabilitats següents.

a)  $P[\text{SUMA 2}]$

b)  $P[\text{SUMA 3}]$

c)  $P[\text{SUMA 7}]$

d)  $P[\text{SUMA 11}]$

e)  $P[\text{SUMA MÉS GRAN QUE 5}]$

$$P[\text{SUMA 4}] = 3/36$$

$$P[\text{SUMA 2}] = 1/36$$

$$P[\text{SUMA 3}] = 2/36$$

$$P[\text{SUMA 7}] = 6/36$$

$$P[\text{SUMA 11}] = 2/36$$

$$P[\text{SUMA MAJOR QUE 5}] = 26/36$$

**10.10** Utilitza una taula semblant a l'anterior i calcula la probabilitat que, en llançar dos daus, alguna de les puntuacions sigui més gran que 4.

$$P[\text{ALGUNA DE LES PUNTUACIONS MAJOR QUE 4}] = 13/18$$

**10.11** Extreu una carta d'una baralla espanyola. Mira-la, torna-la al munt i fes-ne una altra extracció.

Quina és la probabilitat que siguin dos reis?

$$P[\text{REI EN LA 1a EXTRACCIÓ I REI EN LA 2a EXTRACCIÓ}] = \frac{1}{100}$$

**10.12** Quina és la probabilitat d'obtenir tres cares en llançar tres monedes?

$$P[3 \text{ CARES}] = \frac{1}{8}$$

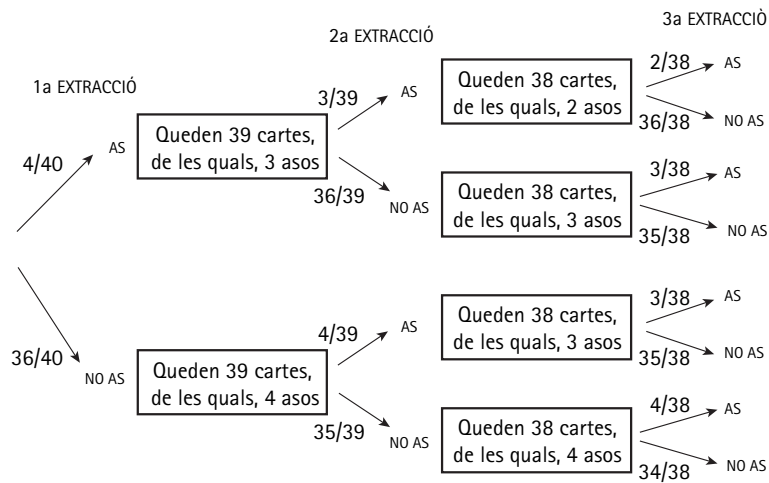
**10.13** Llança dues monedes i un dau i calcula la probabilitat d'obtenir dues cares i un cinc.

$$P[2 \text{ CARES I UN CINCO}] = \frac{1}{24}$$

**10.14** Extraiem dues cartes d'una baralla espanyola. Quina és la probabilitat que la primera sigui un REI i la segona un AS?

$$P[\text{REI} \mid \text{AS}] = \frac{4}{390} = \frac{2}{195}$$

**10.15** Completa el diagrama en arbre de l'exercici resolt d'aquesta pàgina i calcula-hi  $P[\text{CAP AS}]$ .



$$P[\text{CAP AS}] = \frac{357}{494}$$

**10.16** Es llancen dues monedes i un dau. Quina és la probabilitat d'obtenir cara en ambdues monedes i sis en el dau? I la d'obtenir creu en les monedes i parell en el dau?

$$P[\text{C}, \text{C}, 6] = \frac{1}{24} \quad P[+, +, (2, 4, 6)] = \frac{1}{8}$$

**10.17** Es llancen 5 monedes. Calcula la probabilitat d'obtenir 5 cares i la d'obtenir alguna creu.

$$P[\text{CINC CARES}] = \frac{1}{32} \quad P[\text{ALGUNA CREU}] = \frac{31}{32}$$

**10.18** S'extreuen, una rere l'altra, tres cartes d'una baralla amb reemplaçament (cada vegada s'hi torna a introduir la carta). Quina és la probabilitat d'obtenir BASTOS les tres vegades?

$$P[\text{TRES BASTOS}] = \frac{1}{64}$$

**10.19** Una urna conté 5 boles negres i 3 de blanques. N'extraiem 3 boles. Quina és la probabilitat que les tres siguin blanques? I negres?

$$P[3 \text{ BLANQUES}] = \frac{1}{56} \quad P[3 \text{ NEGRES}] = \frac{5}{28}$$

## Familiaritza't amb la taula

Per fer-ho, observa i respon:

- Quants alumnes de l'institut participen en alguna activitat cultural? Quants d'aquests són de 2n? 72; 15
- Quants alumnes de l'institut no participen en cap activitat extraescolar? D'aquests, quants són de 4t? 168; 16
- Quants alumnes dels que participen en activitats esportives són de 3r? 44

## Activitats

**10.20** Explica el significat dels nombres 120, 168, 12, 45 i 40 de la taula anterior.

120: total d'alumnes de 1r.

168: total d'alumnes que no realitzen cap activitat.

12: alumnes de 1r que realitzen una activitat cultural.

45: alumnes de 2n que no realitzen cap activitat.

40: alumnes de 2n o bé de 4rt que realitzen una activitat esportiva.

**10.21** Explica el que signifiquen les proporcions següents i calcula'n el valor:

$P[1r]$ ,  $P[CAP]$ ,  $P[2n/CAP]$ ,  $P[CAP/2n]$ .

$P[1r] \rightarrow$  probabilitat que, triant un alumne a l'atzar, sigui de 1r = 0,3.

$P[cap] \rightarrow$  probabilitat que, triant un alumne a l'atzar, no realitzi cap activitat = 0,42.

$P[2n/cap] \rightarrow$  entre els alumnes que no practiquen cap activitat, quina proporció són de 2n = 0,27.

$P[cap/2n] \rightarrow$  entre els alumnes de 2n, en quina proporció no practiquen cap activitat = 0,45.

**10.22** Analitza l'evolució de l'absentisme (la falta de participació) en qualsevol de les activitats extraescolars, en augmentar l'edat. Calcula les proporcions que convingui i compara-les.

$1r \rightarrow 0,6$      $2n \rightarrow 0,45$      $3r \rightarrow 0,35$      $4rt \rightarrow 0,2$

L'absentisme disminueix en augmentar l'edat.

**10.23** En una bossa hi ha 40 boles de color dins de les quals hi ha un paperet que posa sí o NO. La distribució de les boles segons el color i de si en el paperet hi ha escrit sí o NO es pot veure en la taula.

	●	●	●	Total
Sí	15	4	1	20
No	5	4	11	20
Total	20	8	12	40

a) Descrueix els esdeveniments sí, NO, ●, ●/sí i sí /● i calcula'n les probabilitats.

$P[Sí]$ : Probabilitat que surti una bola amb un sí.

$P[No]$ : Probabilitat que surti una bola amb un no.

$P[●/Sí]$ : Probabilitat que la bola sigui vermella, sabent que hem tret un sí.

$P[Sí/●]$ : Probabilitat que posi un sí, sabent que hem tret una bola vermella.

$$P[Sí] = \frac{20}{40} = 0,5 \quad P[No] = \frac{20}{40} = 0,5$$

$$P[●/Sí] = \frac{15}{20} = 0,75 \quad P[Sí/●] = \frac{15}{20} = 0,75$$

b) Hem tret una bola vermella. Quina probabilitat hi ha que hi hagi un sí a l'interior? I si la bola és blava?

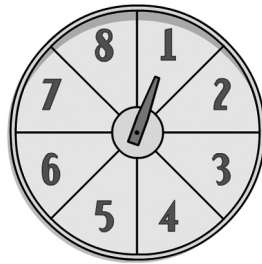
$$P[Sí/● \text{ (VERMELLA)}] = \frac{15}{20} = 0,75 \quad P[Sí/● \text{ (BLAVA)}] = \frac{1}{12} = 0,08\bar{3}$$

c) S'ha tret una bola i a dins hi diu sí. Quina probabilitat hi ha que sigui ●, ● o ●?

$$P[VERMELLA/Sí] = \frac{15}{20} = 0,75 \quad P[VERDA/Sí] = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0,2 \quad P[BLAVA/Sí] = \frac{1}{20} = 0,05$$

## Exercicis de la unitat. Practica

**10.24** ▲▲▲ Es fa girar la fletxa i s'observa sobre quin nombre es para. Calcula les probabilitats dels esdeveniments següents.



- a) Obtenir un nombre parell.  $1/2$
- b) Obtenir un nombre primer.  $5/8$
- c) Obtenir 5 o més.  $1/2$
- d) Que no surti el 7.  $7/8$

**10.25** ▲▲▲ Extraiem una fitxa d'un dòmino. Calcula la probabilitat que:

- a) La suma de punts sigui igual a 6.  $1/7$
- b) La suma de punts sigui menor que 4.  $3/14$
- c) Sigi una fitxa «doble».  $1/4$

**10.26** ▲▲▲ Escrivim cadascuna de les lletres de la paraula MÚSICA en una fitxa i les posem en una bossa. N'extraiem una lletra a l'atzar.

- a) Escribe els esdeveniments elementals d'aquest experiment aleatori. Tenen tots la mateixa probabilitat?  $\{M\}, \{U\}, \{S\}, \{I\}, \{C\}, \{A\}$ . Totes tenen la mateixa probabilitat.
- b) Escribe l'esdeveniment «obtenir vocal» i calcula'n la probabilitat.  $V = \{U, I, A\}$ ;  $P[V] = 3/6 = 1/2$
- c) Si la paraula elegida fos DÒMINO, com respondries als apartats a) i b)?  
 $\{D\}, \{O\}, \{M\}, \{I\}, \{N\}$ ;  $P[V] = 1/2$

En aquest cas, l'esdeveniment elemental  $\{O\}$  té més probabilitats que la resta, ja que apareix dues vegades.

**10.27** ▲▲▲ Llancem dues monedes i anotem el nombre de cares que obtenim. L'espai mostral és  $EM = \{0, 1, 2\}$ .

- a) Tenen els tres esdeveniments elementals la mateixa probabilitat? No. L'esdeveniment  $\{1\}$  té més probabilitats que els esdeveniments  $\{0\}$  i  $\{2\}$ .

- b) Calcula les probabilitats de:

«0 CARES» «1 CARA» «2 CARES»

Comprova que la seva suma és igual a 1.

$$P[0 \text{ CARES}] = P[0] = 1/4 \quad P[1 \text{ CARA}] = P[1] = 2/4 = 1/2$$

$$P[2 \text{ CARES}] = P[2] = 1/4 \quad P[0] + P[1] + P[2] = 1/4 + 1/2 + 1/4 = 1$$

- c) Quin és l'esdeveniment contrari a «0 CARES»? «ALMENYS UNA CARA»

- d) Quina és la probabilitat de l'esdeveniment «ALGUNA CARA»?  $P[\text{ALGUNA CARA}] = 3/4$

**10.28** ▲▲▲ Si assenyalem a l'atzar una pàgina d'aquest llibre, quina probabilitat hi ha que es tracti d'una pàgina de la unitat de PROBABILITAT?

$$\frac{\text{nre. pàg. probabilitat}}{\text{nre. pàg. total}} \rightarrow \frac{21}{240} = 0,0875$$

**10.29** ▲▲▲ En un sorteig de loteria observem la xifra en què acaba la «grossa».

a) Quin és l'espai mostral?  $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

b) Escriu els esdeveniments:

$A = \text{MENOR QUE } 5$ ;  $B = \text{PARELL}$

$A = \text{«MENOR QUE } 5\text{»} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ;  $B = \text{«PARELL»} = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

c) Calcula els esdeveniments  $A \cup B$ ;  $A \cap B$ ;  $A'$ ;  $B'$ ;  $A' \cap B'$ .

$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ ;  $A \cap B = \{0, 2, 4\}$

$A' = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ ;  $B' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$A' \cap B' = \{5, 7, 9\}$

**10.30** ▲▲▲ En la Loteria Primitiva s'extreuen boles numerades de l'1 al 49. Calcula la probabilitat que la primera bola extreta sigui:

a) Un nombre d'una sola xifra.  $P[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] = 9/49$

b) Un nombre múltiple de 7.  $P[7, 14, 21, 28, 35, 42, 49] = 1/7$

c) Un nombre més gran que 25.  $P[26, 27, 28, \dots, 49] = 24/49$

**10.31** ▲▲▲ Llancem dos daus i anotem la diferència entre la puntuació més gran i la més petita. Completa'n la taula.

		•	••	•••	••••	•••••
•	0	1	2	3	4	5
••	1	0	1	2	3	4
•••	2	1	0	1	2	3
••••	3	2	1	0	1	2
•••••	4	3	2	1	0	1
••••••	5	4	3	2	1	0

Calcula la probabilitat que la diferència sigui:

a) 0 = 1/6;    b) 5 = 1/18;    c) 2 com a màxim = 2/3

**10.32** ▲▲▲ Llancem dos daus. Anomenem  $A$ ,  $B$  i  $C$  els esdeveniments següents:

$A$ : la suma de punts és 5.

$B$ : en un dels dos daus ha sortit 4.

$C$ : en els dos ha sortit el mateix resultat.

a) Escriu els esdeveniments elementals de  $A$ ,  $B$ ,  $C$ :  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  i  $A \cap C$ .

$A = \{(4, 1), (3, 2), (2, 3), (1, 4)\}$

$B = \{(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (1, 4), (2, 4), (3, 4), (5, 4), (6, 4)\}$

$C = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

$A \cup B = \{(4, 1), (3, 2), (2, 3), (1, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (2, 4), (3, 4), (5, 4), (6, 4)\}$

$A \cap B = \{(4, 1), (1, 4)\}$ ;  $A \cap C = \emptyset$

b) Calcula la probabilitat de cadascun dels esdeveniments de l'apartat a).

$P[A] = 1/9$      $P[B] = 1/36$      $P[C] = 1/6$      $P[A \cup B] = 13/36$      $P[A \cap B] = 1/18$      $P[A \cap C] = 0$

**10.33** ▲▲▲ Extraiem una carta d'una baralla espanyola. Digues quina és la probabilitat que sigui:

a) REI o AS. 1/5

b) FIGURA i OROS. 1/10

c) NO sigui ESPASES. 3/4

## Pensa i resol

**10.34** ▲▲△ Una urna conté 100 boles numerades així: 00, 01, 02... 99. Anomenem  $x$  la xifra de les desenes i  $y$ , la xifra de les unitats del nombre que té cada bola.

Se n'extreu una bola a l'atzar. Calcula la probabilitat que:

a)  $x = 3 \rightarrow P[x = 3] = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$       b)  $y = 3 \rightarrow P[y = 3] = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

c)  $x \neq 7 \rightarrow P[x \neq 7] = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$       d)  $x > 5 \rightarrow P[x > 5] = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

e)  $x + y = 9 \rightarrow P[x + y = 9] = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$       f)  $x < 3 \rightarrow P[x < 3] = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$

g)  $y > 7 \rightarrow P[y > 7] = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$       h)  $y < 7 \rightarrow P[y < 7] = \frac{7}{100} = \frac{7}{100}$

**10.35** ▲▲△ En un centre escolar hi ha 1000 alumnes repartits així:

	Nois	Noies
Usen ulleres	147	135
No usen ulleres	368	350

Se'n tria un a l'atzar.

Calcula la probabilitat que:

a) Sigui noi.  $P[\text{SIGUI NOI}] = 0,515$

b) Sigui noia.  $P[\text{SIGUI NOIA}] = 0,485$

c) Usi ulleres.  $P[\text{USI ULLERES}] = 0,282$

d) No usi ulleres.  $P[\text{NO USI ULLERES}] = 0,718$

e) Sigui una noia amb ulleres.  $P[\text{SIGUI UNA NOIA AMB ULLERES}] = 0,135$

**10.36** ▲▲△ En una empresa hi ha 200 empleats, 100 homes i 100 dones. Hi ha 40 homes i 35 dones que fumen. Si elegim un empleat a l'atzar, calcula la probabilitat que sigui un home i no fumi.

☛ Fes una taula de contingència com la que et donem en l'exercici 10.35.

$$P[\text{HOME I NO FUMI}] = \frac{60}{100} = \frac{6}{10}$$

**10.37** ▲▲△ En una bossa hi ha boles de colors, però no sabem quantes n'hi ha ni quins colors tenen. En 100 extraccions (tornant la bola a la bossa cada vegada) hem obtingut bola blanca en 41 ocasions; bola negra, en 19; bola verda, en 18, i bola blava, en 22. En fer una altra extracció, digues quina probabilitat assignaries a:

a) Treure bola blanca.  $P[\text{BOLA BLANCA}] = 0,41$

b) No treure bola blanca.  $P[\text{NO BOLA BLANCA}] = 0,59$

c) Treure bola verda o blava.  $P[\text{BOLA VERDA O BLAVA}] = 0,4$

d) No treure ni bola negra ni blava.  $P[\text{NO BOLA NEGRA NI BLAVA}] = 0,59$

Si a la bossa hi ha 22 boles, quantes creus que n'hi ha de cada color?

9 boles blanques; 4 boles negres; 4 boles verdes; 5 boles blaves.



**10.38** ▲▲△ L'Anna tira un dau i la seva germana Eva el tira després. Quina és la probabilitat que la puntuació de l'Eva sigui superior a la de l'Anna?

☛ Fes la taula de resultats possibles.

$$P[\text{PUNTUACIÓ DE L'EVA SUPERIOR A LA DE L'ANNA}] = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

**10.39** ▲▲△ Exercici resolt.

**10.40** ▲▲△ Resol el problema 10.39 omplint la taula adjunta.

	S	S	N
I	SI	SI	NI
O	SO	SO	NO
O	SO	SO	NO

a)  $P[\text{«SI»}] = \frac{2}{9}$       b)  $P[\text{«NO»}] = \frac{2}{9}$

**10.41** ▲▲△ En una bossa tenim les lletres S, S, N, I, I, O. En traiem dues lletres. Quina és la probabilitat de fer-hi la paraula «SI»?

$$P[\text{«SI»}] = \frac{2}{15}$$

**10.42** ▲▲△ En una classe hi ha 17 nois i 18 noies. Elegim a l'atzar dos alumnes d'aquesta classe. Calcula la probabilitat que:

a) Els dos siguin nois.  $P[\text{DOS NOIS}] = \frac{8}{35}$

b) Els dos siguin noies.  $P[\text{DUES NOIES}] = \frac{9}{35}$

c) Siguin un noi i una noia.  $P[\text{UN NOI I UNA NOIA}] = \frac{18}{35}$

**10.43** ▲▲△ En un laboratori sotmeten un medicament nou a tres controls. La probabilitat de passar el primer és 0,89, la de passar el segon és 0,93 i la de passar el tercer és 0,85.

Quina és la probabilitat que el nou producte passi els tres controls?

$$P[\text{PASSAR ELS TRES CONTROLS}] = 0,703$$

**10.44** ▲▲△ Quina és la probabilitat d'obtenir bola blanca en elegir a l'atzar una d'aquestes bosses i extreure'n una bola?



$$P[\text{BLANCA}] = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

**10.45** ▲▲△ Si llancem dos daus:

a) Quina és la probabilitat d'obtenir en els dos la mateixa puntuació?

$$P[\text{MATEIXA PUNTUACIÓ}] = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

b) Quina és la probabilitat d'obtenir un 6 en un dels dos?

$$P[\text{ALMENYS UN 6}] = \frac{11}{36}$$

c) I la d'obtenir en un més puntuació que en l'altre?

$$P[\text{MÉS PUNTUACIÓ EN L'UN QUE EN L'ALTRE}] = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

**10.46** ▲▲△ Després de llançar molts cops un model de xinxeta, sabem que la probabilitat que una caigui amb la punta cap amunt és 0,38. Si en tirem dues, quina probabilitat hi ha que les dues caiguin de manera diferent?

$$P[\text{FORMA DISTINTA}] = 0,47$$

**10.47** ▲▲△ En Xavier té al seu portamonedes 4 monedes de cinc cèntims, 3 de vint i 2 d'un euro. En treu dues monedes a l'atzar. Quina és la probabilitat dels esdeveniments següents?

a) Que les dues siguin de cinc cèntims.  $P[\text{DUES DE 5 CENT.}] = \frac{1}{6}$

b) Que cap sigui d'un euro.  $P[\text{CAP D'1 €}] = \frac{7}{12}$

c) Que sumin 1,20 €.  $P[\text{TREURE 1,20 €}] = \frac{1}{6}$

**10.48** ▲▲△ En una bossa hi ha 4 boles, dues marcades amb un 1 i les altres dues, amb un 2. Es fan tres extraccions. Calcula la probabilitat que el nombre format per les tres boles sigui el 121, suposant que:

a) La bola es torna a la bossa.  $P[121] = \frac{1}{8}$

b) La bola no es torna a la bossa.  $P[121] = \frac{1}{6}$

**10.49** ▲▲△ Un jugador de bàsquet sol encertar el 75% dels seus tirs des del punt de llançament de tirs lliures. Si encerta el primer tir, pot tornar a tirar. Calcula la probabilitat que:

a) Faci dos punts.  $P[\text{DOS PUNTS}] = 0,56$

b) Faci un punt.  $P[\text{UN PUNT}] = 0,19$

c) No faci cap punt.  $P[\text{NO FACI CAP PUNT}] = 0,25$

**10.50** ▲▲△ En Max i l'Elena juguen amb una moneda. La llancen tres vegades i, si surt dues vegades cara i una creu o dos cops creu i una cara, guanya en Max. Si surt tres vegades cara o tres creu, guanya l'Elena.

Calcula la probabilitat que té cadascú de guanyar.

$$P[\text{GUANYI EN MAX}] = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}; \quad P[\text{GUANYI L'ELENA}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

**10.51** ▲▲△ Extraiem dues boles d'aquesta bossa.



Calcula la probabilitat que ambdues siguin del mateix color.  $[\text{AMBDUES DEL MATEIX COLOR}] = \frac{3}{7}$

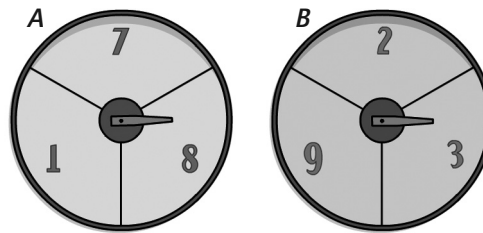
**10.52** ▲▲△ En una bossa tenim tres boles marcades amb els nombres 1, 2 i 3, respectivament. N'extraiem una, n'anotem el nombre i la tornem a la bossa. N'extraiem una altra, n'observem el nombre i el sumem a l'anterior.

Quina és la probabilitat que la suma sigui 4?

$$P[\text{LA SUMA SIGUI 4}] = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

### Aprofundeix

**10.53** ▲▲▲ Es fa girar la fletxa en cadascuna d'aquestes ruletes, i guanya la que aconsegueixi la puntuació més alta.



Calcula la probabilitat que guanyi A i la probabilitat que guanyi B.

$$P[\text{GUANYI A}] = \frac{4}{9}; \quad P[\text{GUANYI B}] = \frac{5}{9}$$

**10.54** ▲▲△ En una urna marcada amb la lletra A hi ha una bola vermella i una de negra. En una altra urna, que porta la lletra B, hi ha una bola blava, una de verda i una de blanca. Es llança un dau; si surt parell, es treu una bola de l'urna A, i si surt senar, de l'urna B.

a) Escribe tots els resultats possibles d'aquesta experiència aleatòria.

$$E = \{(\text{PARELL, VERMELLA}), (\text{PARELL, NEGRA}), (\text{SENAR, BLAVA}), (\text{SENAR, VERDA}), (\text{SENAR, BLANCA})\}$$

b) Té la mateixa probabilitat l'esdeveniment PARELL i VERMELLA que el SENAR i VERDA?

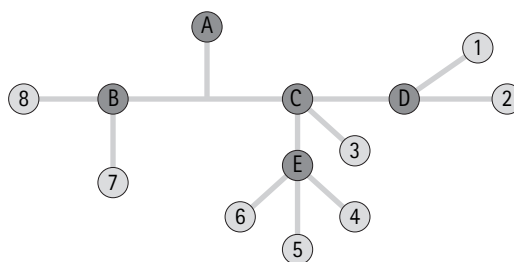
$$P[\text{PAR., VERM.}] = \frac{1}{4}; \quad P[\text{SENAR, VERDA}] = \frac{1}{6}$$

c) Calcula la probabilitat de tots els esdeveniments elementals i fes-ne la suma. Què hi obtens?

$$P[\text{PAR., VERM.}] = \frac{1}{4}; \quad P[\text{PAR., NEGRA}] = \frac{1}{4}; \quad P[\text{SENAR, BLAVA}] = \frac{1}{6}; \quad P[\text{SENAR, BLANCA}] = \frac{1}{6}$$

$$P[\text{SENAR, VERDA}] = \frac{1}{6}; \quad \text{S'obté } P[E] = 1.$$

**10.55** ▲▲△ Aquest és un plànol d'una part de la xarxa de rodalies d'una ciutat. En cada nus és igual de probable que el tren continuï per qualsevol dels trajectes que en surten. Un viatger puja a un tren A sense saber on va.



a) Quina és la probabilitat que arribi a l'estació 5?

$$P[5] = \frac{1}{18}$$

b) Calcula la probabilitat d'arribar a cadascuna de les estacions.

$$P[1] = P[2] = \frac{1}{12}; \quad P[3] = \frac{1}{6}; \quad P[4] = P[5] = P[6] = \frac{1}{18}; \quad P[7] = P[8] = \frac{1}{4}$$

**10.56** ▲▲▲ En un lloc se sap que si avui fa sol, la probabilitat que demà també en faci és de  $\frac{4}{5}$ . Però si avui està ennuvolat, la probabilitat que demà també ho estigui és de  $\frac{2}{3}$ . Si avui és divendres i fa sol, quina és la probabilitat que diumenge també faci sol?

$$P[\text{DIUMENGE SOL}] = \frac{53}{75} = 0,7$$

**10.57** ▲▲△ En una urna tenim 100 boles numerades de l'1 al 100.

N'extraiem una a l'atzar i n'anotem el nombre  $x$ .

Considera els esdeveniments següents:

A:  $x$  és divisible per 5.

B:  $x$  acaba en 0.

C:  $x$  és parell.

Calcula la probabilitat dels esdeveniments següents:  $A$ ;  $B$ ;  $C$ ;  $A \cap C$ ;  $B \cup C$ ;  $A \cap B'$ ;  $B \cap C'$

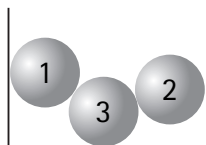
$$P[A] = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}; \quad P[B] = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}; \quad P[C] = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}; \quad P[A \cap C] = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$P[B \cup C] = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}; \quad P[A \cap B'] = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}; \quad P[B \cap C'] = P(\emptyset) = 0$$

**10.58** ▲▲▲ A l'interior d'una urna hi ha tres boles marcades amb els nombres 1, 2 i 3, com indica la figura.

Se n'extreu una a l'atzar, després una altra i, finalment, la tercera.

Calcula la probabilitat que la primera no sigui la que té l'1, la segona no tingui el 2 i la tercera no tingui el 3.

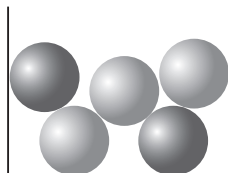


$$P[1a \text{ NO } 1, 2a \text{ NO } 2 \mid 3a \text{ NO } 3] = \frac{1}{3}$$

**10.59** ▲▲△ Quin d'aquests dos esdeveniments  $A$  i  $B$  té una probabilitat més gran?

A: Obtenir dues boles vermelles en dues extraccions sense tornar la bola a l'urna.

B: Obtenir tres boles verdes en tres extraccions sense tornar la bola a l'urna.



$$P[A] = \frac{1}{10} \quad P[B] = \frac{1}{10}$$

Ambdós esdeveniments tenen la mateixa probabilitat.

## Problemes d'estratègia

### Sorteig dubtós

El sorteig no és just, ja que la probabilitat d'obtenir un nombre que comenci per 0 és menor que la d'obtenir-ne un que comenci per 1.

$$P[05] = \frac{1}{20} \quad P[12] = \frac{1}{6}$$

Si l'assignació de nombres es fa a l'atzar, a priori les probabilitats de cadascun coincideixen, encara que posteriorment siguin diferents.

### Duel a l'oest

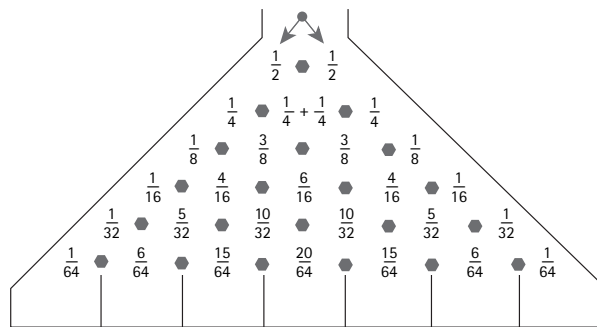
$$P[\text{SOBREVIURE EL PRIMER QUE DISPARI}] = \frac{1}{8}$$

### Tetraedre i octaedre

$$V_{\text{TETRAEDRE ORIGINAL}} = 15 \text{ dm}^3$$

## Jocs per pensar

### L'aparell de Galton



Com més centrat es trobi un caseller, més gran és la possibilitat que una bola hi caigui.

### Quin és de qui?

És més natural la quadricula de la dreta que la de l'esquerra (aquesta és més sospitosa).

### I tu, què opines?

La probabilitat que ocorregués b) és menor que la de a).

### Una sola cadena

S'han d'obrir les tres baules d'un dels trossos.

### Dotze puntes

El dodecaedre estrellat té 60 cares, 90 arestes i 32 vèrtexs.