Unitat didàctica 2. Polinomis i fraccions algebraiques

Reflexiona

L'Andrea té una bona col·lecció d'espelmes que decoren la seva habitació. Totes les espelmes cilíndriques tenen la mateixa alçària: 12 cm.

■ **Expressa, mitjançant un polinomi, el volum de cadascuna de les espelmes cilíndriques en funció del radi de la seva base, *r*.** $V_{\text{CILINDRE}} = 12\,\pi r^2$

■ **Expressa, mitjançant un altre polinomi, la superfície total de cadascuna de les espelmes cilíndriques.** $A_{\text{TOTAL CILINDRE}} = 24\,\pi r^2 + 2\,\pi r^2$

■ **Escriu un tercer polinomi que expressi el volum de cada espelma cúbica en funció del seu costat, *c*.** $V_{\text{CUB}} = c^3$, sent c el costat.

Et convé recordar

Com es multipliquen els polinomis

■ **Multiplica aquests polinomis.**

a) $(3x^2 - 5x + 10)\,(x^3 - 4x) = 3x^5 - 5x^4 - 2x^3 + 20x^2 - 40x$

b) $(2x^4 - 3x^3 - 2x + 5)\,(2x^2 - 5x + 1) = 4x^6 - 16x^5 + 17x^4 - 7x^3 + 20x^2 - 27x + 5$

c) $(3x^2 - 5x + 10)\,(3x^2 + 5x - 10) = 9x^4 - 25x^2 + 100x - 100$

d) $(4x^3 - 5x + 3)^2 = 16x^6 - 40x^4 + 24x^3 + 25x^2 - 30x + 9$

Quines són les identitats notables

■ **Desenvolupa les expressions següents utilitzant les *identitats notables.***

a) $(5x^2 - 2)^2 = 25x^4 - 20x^2 + 4$ b) $(3x + 2x^2)^2 = 9x^2 + 12x^3 + 4x^4$

c) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})\,(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 1$ d) $(\sqrt{3}\,x^2 - \sqrt{2}\,x)\,(\sqrt{3}\,x^2 + \sqrt{2}\,x) = 3x^4 - 2x^2$

■ **Expressa com un quadrat o com un producte de dos binomis cadascun dels polinomis següents.**

a) $36x^4 + 60x^3 + 25x^2 = (6x^2 + 5x)^2$

b) $36x^4 - 60x^3 + 25x^2 = (6x^2 - 5x)^2$

c) $81x^4 - x^2 = (9x^2 - x)(9x^2 + x)$

d) $3x^4 - 4x^2$ **(Compte: $\sqrt{3}$ també és un nombre!)** $= (\sqrt{3}\,x^2 - 2x)(\sqrt{3}\,x^2 + 2x)$

e) $3x^4 - 2\sqrt{6}\,x^3 + 2x^2 = (\sqrt{3}\,x^2 - \sqrt{2}\,x)^2$

f) $3x^2 - 5 = (\sqrt{3}\,x - \sqrt{5})(\sqrt{3}\,x + (\sqrt{5})$

Activitats

2.1 **Efectua les divisions següents i expressa el resultat així: $P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x)$. Indica en quins casos la divisió és exacta i, per tant, el dividend s'ha factoritzat.**

a) $(x^5 - 7x^4 + x^3 - 8) : (x^2 - 3x + 1)$

$x^5 - 7x^4 + x^3 - 8 = (x^2 - 3x + 1)(x^3 - 4x^2 - 12x - 32) + 24 - 84x$

b) $(4x^5 + 20x^4 - 18x^3 - 28x^2 + 28x - 6) : (x^2 + 5x - 3)$

$4x^5 + 20x^4 - 18x^3 - 28x^2 + 28x - 6 = (x^2 + 5x - 3)(4x^3 - 6x + 2)$

c) $(6x^4 + 3x^3 - 2x) : (3x^2 + 2)$

$$6x^4 - 3x^3 - 2x = (3x^2 + 2)\left(2x^2 + x - \frac{4}{3}\right) + \frac{8}{3} - 4x$$

d) $(45x^5 + 120x^3 + 80x) : (3x^2 + 4)$

$45x^2 + 120x^3 + 80x = (3x^2 + 4)(15x^3 + 20x)$

2.2 Aplica la regla de Ruffini per fer les divisions següents.

a) $(5x^4 + 6x^2 - 11x + 13) : (x - 2)$

$C(x) = 5x^3 + 10x^2 + 26x + 41$

Residu = 95

b) $(6x^5 - 3x^4 + 2x) : (x + 1)$

$C(x) = 6x^4 - 9x^3 + 9x^2 - 9x + 11$

Residu = −11

c) $(3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 2x + 13) : (x - 4)$

$C(x) = 3x^3 + 7x^2 + 35x + 138$

Residu = 565

d) $(6x^4 + 4x^3 - 51x^2 - 3x - 9) : (x + 3)$

$C(x) = 6x^3 - 14x^2 - 9x + 24$

Residu = −81

2.3 Expressa el resultat de cadascuna de les divisions de l'exercici anterior d'aquestes dues maneres diferents.

$P(x) = (x - a) \cdot C(x) + R$

$$\frac{P(x)}{x - a} = C(x) + \frac{R}{x - a}$$

Dades necessàries en l'exercici anterior.

2.4 El polinomi $x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 10x - 12$ és divisible per $x - a$ per a dos valors enters de a. Troba'ls i escriu el quocient en ambdós casos.

$a = 2 \Rightarrow (x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 10x - 12) : (x - 2) = x^3 + 5x^2 + 8x + 6$

$a = -3 \Rightarrow (x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 10x - 12) : (x + 3) = x^3 - 2x - 4$

2.5 Comprova que el polinomi $x^4 + x^3 + 7x^2 + 2x + 10$ no és divisible per $x - a$ per a cap valor enter de a.

$-10 = -(2 \cdot 5) \Rightarrow a = \pm 2; \pm 5; \pm 1; \pm 10$

Per a cap de les possibles "a" el resitu és 0.

2.6 Utilitza la regla de Ruffini per trobar $P(a)$ en els casos següents.

a) $P(x) = 7x^4 - 5x^2 + 2x - 24$, $a = 2$, $a = -5$, $a = 10$

$P(2) = 72$

$P(-5) = 4\,216$

$P(10) = 69\,496$

b) $P(x) = 3x^3 - 8x^2 + 3x$, $a = -3$, $a = 1$, $a = 8$

$P(-3) = -162$

$P(1) = -2$

$P(8) = 1\,048$

Càlcul mental

■ **Comprova si 0, 1, −1, 2 o −2 són arrels dels polinomis següents:**

a) $x^3 - 4x$

$(x^3 - 4x) : (x - 0) = x^2 + 4$

b) $x^4 - x^3 - 2x^2$

$(x^4 - x^3 - 2x^2) : (x - 0) = x^3 - x^2 - 2x$

$(x^4 - x^3 - 2x^2) : (x + 1) = x^3 - 2x^2$

c) $x^3 + x^2 - 25x - 25$

$(x^3 + x^2 - 25x - 25) : (x + 1) = x^2 - 25$

d) $x^5 - 5x^3 + 4x$

$(x^5 - 5x^3 + 4x) : (x - 0) = x^4 - 5x^2 + 4$

$(x^5 - 5x^3 + 4x) : (x - 1) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x$

$(x^5 - 5x^3 + 4x) : (x - 2) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x$

$(x^5 - 5x^3 + 4x) : (x + 2) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x$

Activitats

2.7 Factoritza aquests polinomis.

a) $3x^2 + 2x - 8$ → $P(x) = (3x - 4)(x + 2)$

b) $3x^5 - 48x$ → $P(x) = (3x^4 + 48)(x - 0)$

c) $2x^3 + x^2 - 5x + 12$ → No es pot factoritzar

d) $x^3 - 7x^2 + 8x + 16$ → $P(x) = (x - 4)^2 \cdot (x + 1)$

e) $x^4 + 2x^3 - 23x^2 - 60x$ → $P(x) = x(x + 3)(x + 4)(x - 5)$

f) $9x^4 - 36x^3 + 26x^2 + 4x - 3$ → $P(x) = (3x - 1)(3x + 1)(x - 3)(x - 1)$

2.8 Descompon factorialment.

a) $x^6 + 2x^5 - 2x^3 - x^2$ → $P(x) = x^2(x - 1)(x + 1)^3$

b) $x^6 + 2x^5 - 14x^4 + 5x^3 + 4x^2 + 20x$ → $P(x) = x(x - 2)^2(x + 5)(x^2 + x + 1)$

2.9 Raona si existeix alguna relació de divisibilitat entre aquests parells de polinomis.

a) $P(x) = x^3 - 7x^2$, $Q(x) = x^3 - 7x$

$$\left.\begin{array}{l} P(x) = x^2(x - 7) \\ Q(x) = x(x^2 - 7) \end{array}\right\} \text{No hi ha relació de divisibilitat.}$$

b) $P(x) = x^3 - 7x^2$, $Q(x) = x^2 - 7x$

$P(x) = x \cdot Q(x) \rightarrow P(x)$ és múltiple de $Q(x)$.

c) $P(x) = x^4 - 3x - 10$, $Q(x) = x - 2$

$P(x) = (x^3 + 2x^2 + 4x + 5)(x - 2) \rightarrow P(x)$ és múltiple de $Q(x)$.

d) $P(x) = x^3 + 5x^2 + 5x + 4$, $Q(x) = x^2 + x + 1$

$P(x) = (x + 4)(x^2 + x + 1) \rightarrow P(x)$ és múltiple de $Q(x)$.

2.10 a) Busca dos polinomis de quart grau que siguin divisibles per $x + 1$, $x - 5$ i $x + 5$.

Per exemple:

$P(x) = x(x + 1)(x - 5)(x + 5) = x^4 + x^3 - 25x^2 - 25x$

$Q(x) = (x - 1)(x + 1)(x - 5)(x + 5) = x^4 - 26x^2 + 25$

b) Troba'n el seu màxim comú divisor i el mínim comú múltiple.

m.c.d. $[P(x), Q(x)] = (x + 1)(x - 5)(x + 5)$

m.c.m. $[P(x), Q(x)] = x(x - 1)(x - 5)(x + 5)$

2.11 Si $P(x) = (x - 2)^2 x^2$, busca un polinomi de tercer grau, $Q(x)$, que compleixi les dues condicions següents:

a) m. c. d. $[P(x), Q(x)] = x^2 - 2x$

b) m. c. m. $[P(x), Q(x)] = (x - 2)^2 x^2(x + 5)$

$Q(x) = x^3 + 3x^2 - 10x$

2.12 Digues quins dels polinomis següents són irreductibles. Descompon en factors els que no ho siguin.

a) $\mathbf{x^2 - 3x + 2} \rightarrow x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x + 1)$

b) $\mathbf{x^2 - 5x + 6} \rightarrow x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$

c) $\mathbf{3x^2 + 5x} \rightarrow 3x^2 + 5x = x(3x + 5)$

d) $\mathbf{3x^2 - 5x - 2} \rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = (x - 2)(3x + 1)$

e) $\mathbf{3x^2 - 5x + 3} \rightarrow$ Irreductible

f) $\mathbf{3x^3 - 5x^2 + 3x} \rightarrow 3x^3 - 5x^2 + 3x = x(3x^2 - 5x + 3)$

2.13 Calcula el m. c. d. i el m. c. m. de cada parella de polinomis.

a) $\mathbf{P(x) = x^2 - 9,\ Q(x) = x^2 - 6x + 9}$

m.c.d. $[P(x), Q(x)] = x - 3$

m.c.m. $[P(x), Q(x)] = (x - 3)^2(x + 3)$

b) $\mathbf{P(x) = x^3 - 7x^2 + 12x,\ Q(x) = x^4 - 3x^3 - 4x^2}$

m.c.d. $[P(x), Q(x)] = x(x - 4)$

m.c.m. $[P(x), Q(x)] = x^2(x - 4)(x - 3)(x + 1)$

c) $\mathbf{P(x) = x(x - 3)^2(x + 5),\ Q(x) = x^3(x - 3)(x^2 + x + 2)}$

m.c.d. $[P(x), Q(x)] = x(x - 3)$

m.c.m. $[P(x), Q(x)] = x^3(x - 3)^2(x + 5)(x^2 + x + 2)$

d) $\mathbf{P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1,\ Q(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1}$

m.c.d. $[P(x), Q(x)] = (x + 1)^3$

m.c.m. $[P(x), Q(x)] = (x + 1)^4$

Càlcul mental

1 Simplifica aquestes fraccions.

a) $\dfrac{2x}{x^2 + x} = \dfrac{2}{x + 1}$ b) $\dfrac{2x}{(x + 1)^2} = \dfrac{2}{x + 1}$ c) $\dfrac{x + 1}{x^2 - 1} = \dfrac{1}{x - 1}$

d) $\dfrac{x^2 + 6x + 9}{x - 3} = (x + 3)$ e) $\dfrac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x} = \dfrac{x - 2}{x - 3}$ f) $\dfrac{x^3 - 4x^2}{x^3} = \dfrac{(x - 4)}{x}$

2 Digues si cada parell de fraccions són equivalents o no ho són.

a) $\dfrac{x - 3}{x^2 - 3x}$ i $\dfrac{x}{x^2} \rightarrow$ No són equivalents.

b) $\dfrac{x}{x - 1}$ i $\dfrac{x - 1}{x} \rightarrow$ No són equivalents.

c) $\dfrac{1}{x - 1}$ i $\dfrac{x + 1}{x^2 - 1} \rightarrow$ Són equivalents.

Activitats

2.14 Simplifica aquestes fraccions.

a) $\dfrac{2x^2 - 6x}{4x^3 - 2x} = \dfrac{x - 3}{x^2 - 1}$ b) $\dfrac{(x - 3)^2\, x\, (x + 3)}{(x - 3)\, x^2\, (x + 2)} = \dfrac{(x - 3)\,(x + 3)}{x\,(x + 2)} = \dfrac{x^2 - 9}{x^2 + 16}$

c) $\dfrac{x^3 + 3x^2 + x + 3}{x^3 + 3x^2} = \dfrac{x^2 + 1}{x^2}$ d) $\dfrac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^3 - x^2 - 14x + 24} = \dfrac{x}{x + 4}$

2.15 **Comprova si aquests parells de fraccions són equivalents o no ho són.**

a) $\frac{x^3 - x}{x^3 + x^2}$ i $\frac{3x - 3}{3x}$ → Són equivalents.

b) $\frac{(x + 5)^2}{x^3 + 10x^2 + 25x}$ i $\frac{x - 3}{3x - x^2}$ → No són equivalents.

Càlcul mental

1 **Redueix a denominador comú.**

a) $\frac{3x + 1}{x^2}$ i $\frac{3}{x} = \frac{3x + 1}{x^2}$ i $\frac{3x^2}{x^3}$

b) $\frac{5}{x - 1}$ i $\frac{x}{(x + 1)(x - 1)} = \frac{5(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)}$ i $\frac{x}{(x + 1)(x - 1)}$

c) $\frac{3}{x + 1}$ i $\frac{2}{x^2 - 1} = \frac{3(x - 1)}{(x + 1)(x - 1)}$ i $\frac{2}{x^2 - 1}$

2 **Resol.**

a) $\frac{3x + 1}{x^2} - \frac{3}{x} = \frac{1}{x^2}$

b) $\frac{3}{x + 1} + \frac{2}{x^2 - 1} = \frac{3}{x + 1}$

c) $\frac{2x}{x + 2} \cdot \frac{x^2 - 4}{x} = 2\,(x - 2)$

d) $\frac{x^2}{x^2 - 25} : \frac{x}{x - 5} = \frac{x}{x + 5}$

Activitats

2.16 **Fes les operacions i simplifica el resultat.**

a) $\frac{2x + 1}{x + 3} - \frac{x^2 + 5}{x^2 + 3x} = \frac{x^2 + x - 5}{x\,(x + 3)}$

b) $\frac{5x - 10}{x + 3} \cdot \frac{x^2 - 9}{x - 2} = x - 3$

c) $\frac{2x + 1}{2x - 1} : \frac{x^2}{4x - 2} = \frac{2\,(2x + 1)}{x^2}$

d) $\frac{3}{x}\left(\frac{x}{x + 1} - \frac{x^2}{x^2 - 1}\right) = \frac{-3}{x + 1}$

e) $\frac{3x - 1}{x} - \frac{x + 3}{x^2 - 2x} + \frac{2x + 5}{x - 2} = \frac{5x^2 - x + 5}{x\,(x - 2)}$

f) $\frac{x^2}{x - 1} : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x - 1}\right) = -(x^2)$

Exercicis de la unitat. Practica

Operacions amb polinomis

2.17 ▲△△ **Opera i simplifica aquestes expressions.**

a) $3x(2x - 1) - (x - 3)\,(x + 3) + (x - 2)^2 = 6x^2 - 7x + 13$

b) $(2x - 1)^2 + (x - 1)\,(3 - x) - 3(x + 5)^2 = -\,(30x + 77)$

c) $\frac{4}{3}(x - 3)^2 - \frac{1}{3}(3x - 1)\,(3x + 1) - \frac{1}{3}(4x^3 + 35) = -\frac{4}{3}x^3 - \frac{5}{3}x^2 - 8x + \frac{2}{3}$

2.18 ▲△△ **Fes aquestes operacions i simplifica'n el resultat.**

a) $(2y + x)(2y - x) + (x + y)^2 - x(y + 3) =$ $5y^2 + xy - 3x$

b) $3x(x + y) - (x - y)^2 + (3x + y)y =$ $2x(x + 4y)$

c) $(2y + x + 1)(x - 2y) - (x + 2y)(x - 2y) =$ $-2y(4y + 1) + x(-x + 2)$

2.19 ▲△△ **Multiplica cada expressió pel m. c. m. dels denominadors i simplifica el resultat.**

a) $\frac{3x(x+5)}{5} - \frac{(2x+1)^2}{4} + \frac{(x-4)(x+4)}{2} = \frac{-9x^2 + 10x - 85}{10}$

b) $(8x^2 - 1)(x^2 + 2) - \frac{(3x^2+2)^2}{15} + \frac{(2x+3)(2x-3)}{6} = \frac{222x^4 + 446x^2 - 113}{30}$

2.20 ▲△△ **Troba el quocient i el residu de cada una d'aquestes divisions.**

a) $(7x^2 - 5x + 3) : (x^2 - 2x + 1) \rightarrow$ Quocient = 7; Residu = $9x - 4$.

b) $(2x^3 - 7x^2 + 5x - 3) : (x^2 - 2x) \rightarrow$ Quocient = $2x - 3$; Residu = $-(x + 3)$.

c) $(x^3 - 5x^2 + 2x + 4) : (x^2 - x + 1) \rightarrow$ Quocient = $x - 4$; Residu = $-3x + 8$.

2.21 ▲▲△ **Calcula el quocient i el residu d'aquestes divisions.**

a) $(3x^5 - 2x^3 + 4x - 1) : (x^3 - 2x + 1) \rightarrow$ Quocient = $3x^2 + 4$; Residu = $-3x^2 + 12 - 5$

b) $(x^4 - 5x^3 + 3x - 2) : (x^2 + 1) \rightarrow$ Quocient = $x^2 - 5x$; Residu = $-x^2 + 8x - 2$

c) $(4x^5 + 3x^3 - 2x) : (x^2 - x + 1) \rightarrow$ Quocient = $4x^3 + 4x^2 + 3x - 1$; Residu = $-6x + 1$

2.22 ▲▲△ **Divideix i comprova aquesta igualtat: Dividend = divisor · quocient + residu.**

$(x^3 - 5x^2 + 3x + 1) : (x^2 - 5x + 1)$

Dividend = $x^3 - 5x^2 + 3x + 1$ Divisor = $x^2 - 5x + 1$ Quocient = x Residu = $2x + 1$

$x^3 - 5x^2 + 3x + 1 = (x^2 - 5x + 1)\,x + (2x + 1)$

$x^3 - 5x^2 + 3x + 1 = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$

2.23 ▲▲△ **Expressa aquestes divisions de la forma: D = d · c + r.**

a) $(6x^3 + 5x^2 - 9x) : (3x - 2)$

$6x^3 + 5x^2 - 9x = (3x - 2) \cdot (2x^2 + 3x - 1) + (-2)$

b) $(x^4 - 4x^2 + 12x - 9) : (x^2 - 2x + 3)$

$x^4 - 4x^2 + 12x - 9 = (x^2 - 2x + 3)(x - 2)(x + 3) + (0)$

c) $(4x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 9x + 5) : (-2x^3 + x - 5)$

$4x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 9x + 5 = (-2x^3 + x - 5)(-2x - 1) + (0)$

Factor comú i identitats notables

2.24 ▲△△ **Expressa com a quadrat d'un binomi.**

a) $16x^2 + 1 - 8x =$ $(4x - 1)^2$

b) $36x^2 + 25y^2 + 60xy =$ $(6x + 5y)^2$

c) $9x^4 + y^2 + 6x^2y =$ $(3x^2 + y)^2$

d) $y^4 - 2y^2 + 1 =$ No existeixen dos binomis que multiplicats donin $y^4 - 2y^2 + 1$.

2.25 ▲△△ **Expressa com a producte de dos binomis.**

a) $49x^2 - 16 =$ $(7x - 4)(7x + 4)$

b) $9x^2 - y^2 =$ $(3x - y)(3x + y)$

c) $81x^4 - 64x^2 =$ $(9x^2 - 8x)(9x^2 + 8x)$

d) $25x^2 - 3 =$ $(5x - \sqrt{3})(5x + \sqrt{3})$

e) $2x^2 - 100 =$ $(\sqrt{2}x - 10)(\sqrt{2}x + 10)$

f) $5x^2 - 2 =$ $(\sqrt{5}x - \sqrt{2})(\sqrt{5}x + \sqrt{2})$

2.26 ▲△△ **Extreu factor comú i identifica els productes notables com en l'exemple.**

Ex.: $2x^4 + 12x^3 + 18x^2 = 2x^2(x^2 + 6x + 9) = 2x^2(x + 3)^2$

a) $\mathbf{20x^3 - 60x^2 + 45x =}$ $20x^3 - 60x^2 + 45x = 5x\,(4x^2 - 12x + 9) = 5x\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$

b) $\mathbf{27x^3 - 3xy^2 =}$ $27x^3 - 3xy^2 = 3x\,(9x^2 - 3y^2) = 3x\,(3x - \sqrt{3}\,y)(3x + \sqrt{3}\,y)$

c) $\mathbf{3x^3 + 6x^2y + 3y^2x =}$ $3x^3 + 6x^2y + 3y^2x = 3x(x^2 + 2xy + y^2) = 3x\,(x + y)^2$

d) $\mathbf{4x^4 - 81x^2y^2 =}$ $4x^4 - 81x^2y^2 = x^2\,(4x^2 - 81y^2) = x^2\,(2x - 9y)(2x + 9y)$

Regla de Ruffini. Aplicacions

2.27 ▲△△ **Aplica la regla de Ruffini per trobar el quocient i el residu d'aquestes divisions.**

a) $\mathbf{(5x^3 - 3x^2 + x - 2) : (x - 2)}$ → Quocient = $5x^2 + 7x + 15$; Residu = 28

b) $\mathbf{(x^4 - 5x^3 + 7x + 3) : (x + 1)}$ → Quocient = $x^3 - 6x^2 + 6x + 1$; Residu = 2

c) $\mathbf{(-x^3 + 4x) : (x - 3)}$ → Quocient = $-(x^2 + 3x + 5)$; Residu = -15

d) $\mathbf{(x^4 - 3x^3 + 5) : (x + 2)}$ → Quocient = $x^3 - 5x^2 + 10x - 20$; Residu = 45

2.28 ▲△△ **Calcula, mitjançant la regla de Ruffini, $P(3)$, $P(-5)$ i $P(7)$ en els casos següents.**

a) $\mathbf{P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x + 3}$

$P(3) = 33$ $P(5) = 163$ $P(7) = 493$

b) $\mathbf{P(x) = x^4 - 3x^2 + 7}$

$P(3) = 61$ $P(5) = 557$ $P(7) = 2\,261$

2.29 ▲△△ **Esbrina quins d'aquests nombres són arrels dels polinomis següents: 1, −1, 2, −2, 3 i −3.**

a) $\mathbf{P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6}$ → 1, −1, 2, −2, 3 i −3 no són arrels de $P(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 6$.

b) $\mathbf{Q(x) = x^3 - 3x^2 + x - 3}$ → Només 3 és arrel de $Q(x) = x^3 - 3x^2 + x - 3$

2.30 ▲△△ **Comprova si aquests polinomis són divisibles per $x - 3$ o $x + 1$.**

a) $\mathbf{P_1(x) = x^3 - 3x^2 + x - 3}$ → és divisible entre $(x - 3)$ però no entre $(x + 2)$.

b) $\mathbf{P_2(x) = x^3 + 4x^2 - 11x - 30}$ → és divisible entre $(x - 3)$ i $(x + 2)$.

c) $\mathbf{P_3(x) = x^4 - 7x^3 + 5x^2 - 13}$ → no és divisible entre $(x - 3)$ ni entre $(x + 2)$.

2.31 ▲△△ **El polinomi $x^4 - 2x^3 - 23x^2 - 2x - 24$ és divisible per $x - a$ per a dos valors enters de a. Busca'ls i digues quin és el quocient en ambdós casos.**

$a = -4$ → Quocient = $x^3 - 6x^2 + x - 6$

$a = 6$ → Quocient = $x^3 + 4x^2 + x + 4$

2.32 ▲△△ **Comprova si el polinomi $-x^4 + 3x^2 - 16x + 6$ és divisible per $x - a$ per a algun valor enter de a.**

$4x^4 + 3x^2 - 16x + 6$ no és divisible entre $(x - a)$ per a cap valor enter de a.

Factorització de polinomis

2.33 ▲△△ **Factoritza aquests polinomis.**

a) $\mathbf{x^2 + 4x - 5 =}$ $(x - 1) \cdot (x + 5)$

b) $\mathbf{x^2 + 8x + 15 =}$ $(x + 3)(x + 5)$

c) $\mathbf{7x^2 - 21x - 280 =}$ $(x - 8)(x + 5)$

d) $\mathbf{3x^2 + 9x - 210 =}$ $(x - 7)(x + 10)$

2.34 ▲△△ **Busca, en cada cas, una arrel entera i factoritza després el polinomi.**

a) $\mathbf{2x^2 - 9x - 5 =}$ $(2x + 1)(x - 5)$

b) $\mathbf{x^2 + 2x - 3 =}$ $3(x - 4)(x + 1) + 7$

c) $\mathbf{4x^2 + 17x + 15 =}$ $(4x + 5)(x + 3)$

d) $\mathbf{-x^2 + 17x - 72 =}$ $(x - 9)(x - 8)$

2.35 ▲△△ **Extreu factor comú i utilitza les identitats notables per factoritzar aquests polinomis.**

a) $\mathbf{3x^3 - 12x} \rightarrow 3x^3 - 12x = 3x\,(x^2 - 4) = 3x\,(x - 2)(x + 2)$

b) $\mathbf{4x^3 - 24x^2 + 36x} \rightarrow 4x^3 - 24\,x^2 + 36x = 4x\,(x^2 - 6x + 9) = 4x\,(x - 3)^2$

c) $\mathbf{45x^2 - 5x^4} \rightarrow 45x^2 - 5x^4 = 5x^2\,(1 - x^2) = 5x^2\,(1 - x)(1 + x)$

d) $\mathbf{x^4 + x^2 + 2x^3} \rightarrow x^4 + x^2 + 2x^3 = 2x\,(x^2 + 1 + 2x) = x^2\,(x + 1)^2$

e) $\mathbf{x^6 - 16x^2} \rightarrow x^6 - 16x^2 = x^2(x^4 - 16) = x^2(x^2 - 4)(x^2 + 4)$

f) $\mathbf{16x^4 - 9} \rightarrow 16x^4 - 9 = (4x^2 - 3)(4x^2 + 3)$

2.36 ▲△△ **Descompon en factors i digues quines són les arrels d'aquests polinomis.**

a) $\mathbf{x^3 + 2x^2 - x - 2 =} (x - 1)(x + 1)(x + 2) \rightarrow 1, -1$ i -2

b) $\mathbf{3x^3 - 15x^2 + 12x =} 3x\,(x - 1)(x - 4) \rightarrow 0, +1, +4$

c) $\mathbf{x^3 - 9x^2 + 15x - 7 =} (x - 1)^2\,(x - 7) \rightarrow 1, 7$

d) $\mathbf{x^4 - 13x^2 + 36 =} (x - 3)(x + 2)(x - 2)(x + 3) \rightarrow 2, -2, 3, -3$

2.37 ▲▲△ **Factoritza aquests polinomis i digues quines són les seves arrels.**

a) $\mathbf{x^3 - 2x^2 - 2x - 3 =} (x^2 + x + 1)(x - 3) \rightarrow 3$

b) $\mathbf{2x^3 - 7x^2 - 19x + 60 =} (2x - 5)(x - 4)(x + 3) \rightarrow \frac{5}{2}, -3$ i 4

c) $\mathbf{x^3 - x - 6 =} (x^2 + 2x + 3)(x - 2) \rightarrow 2$

d) $\mathbf{4x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x - 1 =} (2x + 1)^2\,(x - 1)(x + 1) \rightarrow \frac{1}{2}, +1$ i -1

Fraccions algebraiques

2.38 ▲△△ **Extreu factor comú i simplifica.**

a) $\frac{\mathbf{9x - 9}}{\mathbf{6x - 6}} = \frac{9}{6}$ b) $\frac{\mathbf{x^2}}{\mathbf{x^2 + x}} = \frac{x}{x + 1}$ c) $\frac{\mathbf{4x - 8}}{\mathbf{x^2 - 2x}} = \frac{4}{x}$ d) $\frac{\mathbf{x^2 + 5xy}}{\mathbf{3x + 15y}} = \frac{x}{3}$

2.39 ▲△△ **Comprova, en cada cas, si les fraccions donades són equivalents.**

a) $\frac{\mathbf{x - 4}}{\mathbf{3x - 12}}$ **i** $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$ = Sí. b) $\frac{\mathbf{x^2 + x}}{\mathbf{2x}}$ **i** $\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{2}}$ = No.

c) $\frac{\mathbf{x + y}}{\mathbf{x^2 - y^2}}$ **i** $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{x - y}}$ = Sí. d) $\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{x^2 - x}}$ **i** $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{2x - 2}}$ = Sí.

2.40 ▲△△ **Descompon en factors i simplifica.**

a) $\frac{\mathbf{x^2 - 9}}{\mathbf{(x + 3)^2}} = \frac{x - 3}{x + 3}$ b) $\frac{\mathbf{x + 2}}{\mathbf{x^2 - 4}} = \frac{1}{x - 2}$ c) $\frac{\mathbf{x^2 + 25 - 10x}}{\mathbf{x^2 - 25}} = \frac{x - 5}{x + 5}$

d) $\frac{\mathbf{x^2 + xy}}{\mathbf{x^2 + 2xy + y^2}} = \frac{x}{x + y}$ e) $\frac{\mathbf{x - 2}}{\mathbf{x^2 + x - 6}} = \frac{1}{(x + 3)}$ f) $\frac{\mathbf{x^2y - 3xy^2}}{\mathbf{2xy^2}} = \frac{x - 3y}{2y}$

2.41 ▲△△ **Redueix a denominador comú i resol.**

a) $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2x}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4x}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{x}} = \frac{5}{4x}$ b) $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{x^2}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3x}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{x}} = \frac{2}{x}$

c) $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{x - 1}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{x}} = \frac{1}{x(x - 1)}$ d) $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{x - 2}} + \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{x + 2}} = \frac{4x}{x^2 - 4}$

2.42 ▲△△ **Resol.**

a) $\frac{x}{2} + \frac{3}{x} - 1 = \frac{x^2 - 2x + 6}{2x}$

b) $\frac{2}{x^2} - \frac{x+1}{3x} = \frac{(x+3)(x-2)}{3x^2}$

c) $\frac{x}{x-3} - \frac{3}{x} = \frac{x^2 - 3x + 9}{x(x-3)}$

d) $\frac{x-3}{x+1} - \frac{x}{x+3} = \frac{-(x+9)}{(x+1)(x+3)}$

2.43 ▲△△ **Resol.**

a) $\frac{x}{3} \cdot \frac{2x+1}{x-1} = \frac{(2x+1) \cdot x}{(x-1) \cdot 3}$

b) $\frac{2}{x-1} \cdot \frac{x}{x+1} = \frac{2x}{x^2 - 1}$

c) $\frac{1}{x-1} : \frac{x+1}{3x} = \frac{3x}{x^2 - 1}$

d) $\frac{2x}{2x-3} : \frac{x+1}{2x+3} = \frac{2x(2x+3)}{(x+1)(2x-3)}$

2.44 ▲▲△ **Resol i simplifica si és possible.**

a) $\left(\frac{1}{x} : \frac{1}{x+1}\right) \cdot \frac{x}{2} = \frac{x+1}{x}$

b) $\left(\frac{2}{x} - \frac{2}{x+2}\right) \cdot \frac{x-2}{x} = \frac{4(x-2)}{x^2(x+2)}$

Pensa i resol

2.45 ▲△△ **Digues quines són les arrels dels polinomis següents.**

a) $P(x) = (x+5)^2 (2x-3)x =$ -5 (doble), $\frac{3}{2}$, 0

b) $R(x) = 3x(x^2 + 5) =$ 0

c) $Q(x) = (x-2)(x^2+1) =$ 2

d) $S(x) = 2x^2(x-7) =$ 0 (doble), 7

2.46 ▲△△ **Descompon en factors el dividend i el divisor i, després, simplifica.**

a) $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6} = \frac{x}{x-3}$

b) $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^3 + x^2}$ = No es pot simplificar.

c) $\frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{3x^2 - 9x + 6} = \frac{x}{3}$

d) $\frac{x^2 - x - 42}{x^2 - 8x + 7}$ = No es pot simplificar.

2.47 ▲△△ Exercici resolt.

2.48 ▲△△ **Opera i simplifica.**

a) $\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3}\right) = 3 - x$

b) $\frac{x+1}{(x-1)^2} \cdot \frac{x^2 - 1}{x} = \frac{(x+1)^2}{x(x-1)}$

c) $\left[\left(x + \frac{1}{x}\right) : \left(x - \frac{1}{x}\right)\right] \cdot (x-1) = \frac{x^2+1}{x+1}$

d) $\frac{2}{x} \cdot \left(\frac{1}{x} : \frac{1}{x-1}\right) = \frac{2(x-1)}{x^2}$

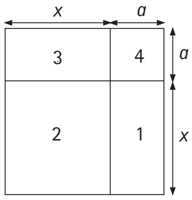
e) $\left(\frac{x-1}{x^2} + \frac{3}{x} - \frac{5}{x-4}\right) \cdot 2x^2 = \frac{2(-x^2 - 17x + 4)}{x-4}$

2.49 ▲△△ **Substitueix, en cada cas, els punts suspensius per l'expressió adequada perquè les fraccions siguin equivalents.**

a) $\dfrac{x^2 - x}{x^2 - 1} = \dfrac{x}{x + 1}$ **b)** $\dfrac{x}{2x + 1} = \dfrac{x^2}{2x^2 + x}$

c) $\dfrac{x}{x - 3} = \dfrac{x^2 + 3x}{x^2 - 9}$ **d)** $\dfrac{2}{x + 2} = \dfrac{2x + 4}{x^2 + 4x + 4}$

2.50 ▲▲△ **El costat *x* d'un quadrat augmenta *a* cm i el resultat és un quadrat nou. Suma les àrees dels rectangles i dels quadrats de la figura i comprova que obtens l'àrea del quadrat de costat *x* + *a*.**



$$\left.\begin{aligned} A_1 &= ax \\ A_2 &= x^2 \\ A_3 &= ax \\ A_4 &= a^2 \end{aligned}\right\} A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 2ax + a^2 + x^2 = A$$

2.51 ▲▲△ **Amb un quadrat de costat *x* formem un prisma de base quadrada, però sense bases.**

a) Escriu l'àrea total del prisma en funció de *x*. $A_p = x^2$

b) Escriu el seu volum en funció de *x*. $V_p = \dfrac{x^3}{16}$

2.52 ▲△△ **Tradueix al llenguatge algebraic utilitzant una sola incògnita.**

a) El quocient entre un nombre i el que el segueix. $\dfrac{x}{x + 1}$

b) El quocient entre dos nombres parells consecutius. $\dfrac{2x}{2x + 2}$

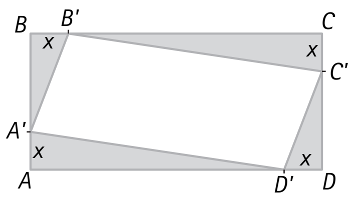
c) Un nombre menys el seu invers. $x - \dfrac{1}{x}$

d) L'invers d'un nombre més l'invers del doble d'aquest nombre. $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{2x}$

e) La suma dels inversos de dos nombres consecutius. $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x + 1}$

2.53 ▲▲△ **En el rectangle *ABCD* hem indicat els punts *A'*, *B'*, *C'*, *D'*, de manera que:**
$\overline{AA'} = \overline{BB'} = \overline{CC'} = \overline{DD'} = x$

Expressa l'àrea del quadrilàter *A'B'C'D'* mitjançant un polinomi en *x*, sabent que $\overline{AB}$ = 3 cm i $\overline{BC}$ = 5 cm.



$A_{A'B'C'D'} = 2x^2 - 8x + 15$

2.54 ▲▲△ **Comprova que en reduir l'expressió $\frac{m+1}{2m} + \frac{m+4}{4m} - \frac{2m+9}{6m}$ obtens una fracció numèrica.** $\frac{5}{12}$

2.55 ▲△△ **Troba, en cada cas, el mínim comú múltiple i el màxim comú divisor dels polinomis següents.**

a) x^2 ; $x^2 - x$; $x^2 - 1$

b) $x - 3$; $x^2 - 9$; $x^2 - 6x + 9$

c) $x + 2$; $3x + 6$; $x^2 + x - 2$

d) $2x$; $2x + 1$; $4x^2 - 1$

	m.c.d	m.c.m
a	1	$x^2(x-1)(x+1)$
b	$x - 3$	$(x-3)^2(x+3)$
c	$x - 2$	$3(x+2)(x-1)$
d	1	$2x(4x^2-1)$

2.56 ▲▲△ **Calcula.**

a) $\frac{x-2}{x^2} + \frac{x+2}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-1} = \frac{2x^3+x+2}{x^4-x^2}$

b) $\frac{x}{x-3} - \frac{x+1}{x^2-9} + \frac{2}{x^2-6x+9} = \frac{x^3-x^2-9x-3}{(x-3)^2(x+3)}$

c) $\frac{2x}{x^2+x-2} - \frac{5}{x+2} - \frac{x-4}{3x+6} = \frac{-x^2-4x+11}{3(x+2)(x-1)}$

d) $\frac{x+2}{2x+1} - \frac{2}{4x^2-1} + \frac{x+1}{2x} = \frac{8x^3+10x^2-9x-1}{2x(4x^2-1)}$

2.57 ▲▲△ **Opera i simplifica.**

a) $\left(1 - \frac{x-1}{x}\right)\frac{x^2}{x+3} - 1 = \frac{-3}{x+3}$ b) $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3}\right) : \frac{3}{x^2} = \frac{x}{x+3}$ c) $4 - \frac{1}{2x-1}\left(\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}\right) = \frac{4x^2-1}{x^2}$

2.58 ▲▲△ **Calcula.**

a) $\frac{x+1}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{x-2}{x^2-1} = \frac{x^2+4x}{x^2-1}$

b) $\frac{x^2}{x^2-2x+1} + \frac{2x+3}{x-1} - 3 = \frac{7x-6}{(x-1)^2}$

c) $\frac{2x-3}{x^2-9} - \frac{x+1}{x-3} - \frac{x+2}{x+3} = \frac{-2x^2-x}{x^2-9}$

2.59 ▲△△ **Factoritza els polinomis següents.**

a) $2x^2 - 5x + 2 = (x-2)(2x-1)$

b) $3x^2 + x - 2 = (x+1)(3x-2)$

c) $4x^2 + 11x - 3 = (x+3)(4x-1)$

2.60 ▲▲△ **Coneixem el divisor, $D(x)$, el quocient, $C(x)$, i el residu, $R(x)$, d'una divisió:**

$D(x) = x^2 - 3x$ $\quad C(x) = 3x + 2$ $\quad R(x) = -5x$

Calcula'n el dividend.

$P(x) = 3x^3 - 7x^2 - 11x$

2.61 ▲▲△ Exercici resolt.

2.62 ▲▲△ **Calcula m perquè el polinomi $P(x) = x^3 - mx^2 + 5x - 2$ sigui divisible per $x + 1$.**

$m = -8$

2.63 ▲▲△ **El residu de la divisió següent és igual a -8: $(2x^4 + kx^3 - 7x + 6) : (x - 2)$**

Quant val k?

$k = -4$

2.64 ▲▲△ **Troba el valor que ha de tenir m perquè el polinomi $mx^3 - 3x^2 + 5x + 9m$ sigui divisible per $x + 2$.**

$m = 22$

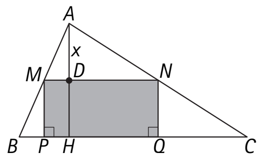
2.65 ▲▲▲ **Calcula el valor de k perquè el quocient de la divisió $(x^3 - x^2 + kx - 1) : (x - 1)$ sigui igual a $x^2 + 1$.**

Quin serà el residu?

$k = 1$. Residu = 0

2.66 ▲▲▲ **Coneixem les mesures següents del triangle de la figura:**

$\overline{BC} = 8$ cm $\quad \overline{AH} = 4$ cm



Per un punt D de l'altura, tal que $\overline{AD} = x$, es traça una paral·lela MN a BC. Des de M i N es tracen perpendiculars a BC.

a) Expressa $\overline{MN}$ en funció de x. (Utilitza la semblança dels triangles AMN i ABC.) $\overline{MN} = 2x$

b) Escriu l'àrea del rectangle $MNPQ$ mitjançant un polinomi en x. $A = 8x - 2x^2$

2.67 ▲▲△ **Simplifica aquesta expressió. $\left(1 - \dfrac{a}{a+b}\right)\dfrac{a-b}{b^2}$**

$-\dfrac{1}{b}$

Reflexiona sobre la teoria

2.68 ▲△△ **Escriu, en cada cas, un polinomi de segon grau les arrels del qual siguin els nombres donats.**

a) 5 i -5 $\quad$ b) 0 i 4 $\quad$ c) 2 i 3 $\quad$ d) -6 i 1

Per exemple:

a) $P(x) = x^2 - 25$ $\quad$ b) $Q(x) = x^2 - 4x$ $\quad$ c) $R(x) = x^2 - 5x + 6$ $\quad$ d) $S(x) = x^2 + 5x - 6$

2.69 ▲△△ **Escriu un polinomi de segon grau que només tingui l'arrel de 3.**

$P(x) = x^2 - 6x + 9$

2.70 ▲△△ **Escriu un polinomi de segon grau que no tingui arrels.**

Per exemple: $x^2 + 4$, $5x^2 + x + 3$, ...

2.71 ▲△△ **Escriu un polinomi les arrels del qual siguin els nombres 2, 3 i −1.**

$P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$

2.72 ▲△△ **Escriu un polinomi de tercer grau que només tingui una arrel.**

Per exemple: $P(x) = x^3 - 8x^2 + x - 8$

2.73 ▲▲△ **Inventa dos polinomis, $P(x)$ i $Q(x)$, que verifiquin la condició següent:**
m. c. m. $[P(x), Q(x)] = x^2(x - 3)(x + 2)$

Per exemple: $P(x) = x(x - 3)$ $Q(x) = x^2(x + 2)$

2.74 ▲▲△ **Inventa dos polinomis, $P(x)$ i $Q(x)$, que verifiquin la condició següent:**
m. c. d. $[P(x), Q(x)] = x^2 - 4$

Per exemple: $P(x) = (x - 2)^2(x + 2)$ $Q(x) = x(x - 2)(x + 2)$

2.75 ▲▲▲ **Escriu tres polinomis de segon grau que verifiquin, en cada cas, les condicions indicades:**
$P(3) = 0$ [3 és arrel de $P(x)$]; $P(5) = 6$
$Q(-4) = 0$ [−4 és arrel de $Q(x)$]; $Q(-2) = -8$
$S(-2) = 0$ [−2 és arrel de $S(x)$]; $S(0) = -2$

$P(x) = x^2 - 5x + 6$

$Q(x) = x^2 + 2x - 8$

$S(x) = x^2 + x - 2$

2.76 ▲△△ **a) Si la divisió $P(x) : (x - 2)$ és exacta, què pots afirmar del valor $P(2)$?**

$P(2) = 0$

b) Si −5 és una arrel d'un polinomi $P(x)$, què pots afirmar de la divisió $P(x) : (x + 5)$?

És exacta.

c) En quin resultat t'has basat per respondre les dues preguntes anteriors?

En el teorema del residu.

2.77 ▲△△ **El polinomi $x^2 - 3x + 4$, es pot descompondre en factors?**
Respon raonadament.

Si volguéssim descompondre en factors, intentaríem trobar les arrels de $x^2 - 3x + 4 = 0$; com que no hi ha cap $x \in R$ que resolgui l'equació, el polinomi és irreductible.

Aprofundeix

2.78 ▲▲△ **Prova que la igualtat següent és vertadera.**

$$\frac{1}{ab} + \frac{a}{b} - \frac{1 + (a + b)^2}{ab} + \frac{b}{a} = -2$$

Operant s'arriba a $\frac{-2ab}{ab} = -2$.

2.79 ▲▲△ **Calcula i simplifica.**

a) $\frac{x - 2y}{y} + \frac{y - 3x}{x} - 3 = \frac{(x - y)^2}{xy}$

b) $\frac{x^2 + y^2}{2xy} - \frac{x + y}{x} - \frac{x - y}{y} + \frac{x}{2y} = \frac{-y}{2x}$

2.80 ▲▲△ **Treu factor comú en les expressions següents.**

a) $(x + 5)(2x - 1) + (x - 5)(2x - 1)$ $= (2x - 1)2x$

b) $(3 - y)(a + b) - (a - b)(3 - y)$ $= 2b(3y - 1)$

☛ ***El factor comú és un binomi.***

2.81 ▲▲▲ **Factoritza les expressions següents.**

a) $\boldsymbol{ax - ay + bx - by} = (a + b)(x - y)$

b) $\boldsymbol{2x^2y + y + 2x^2 + 1} = (2x^2 + 1)(y + 1)$

c) $\boldsymbol{3x^2y + xy + 3xy^2 + y^2} = y(3x + 1)(x + y)$

d) $\boldsymbol{2ab^3 - ab + 2b^2 - 1} = (\sqrt{2}\,b - 1)(\sqrt{2}\,b + 1)(ab + 1)$

2.82 ▲▲▲ **Simplifica les fraccions algebraiques següents.**

a) $\dfrac{2x^2y - xy^2}{10x - 5y} = \dfrac{xy}{5}$

b) $\dfrac{3a^2b^2 - 6ab^3}{3a^3b - 6a^2b^2} = \dfrac{b}{a}$

c) $\dfrac{4a^2b^2 - 2a^2bx}{2abx + 2a^2b + 4b^2} = \dfrac{a^2(2b - x)}{ax + a^2 + 2b}$

d) $\dfrac{x^3 + 2x^2y - 2x^2 - 4xy + y^2x - 2y^2}{y^3 + 2xy^2 + 3y^2 + 6xy + x^2y + 3x^2} = \dfrac{x - 2}{y + 3}$

2.83 ▲▲▲ **Calcula i simplifica.**

a) $\dfrac{2a}{a - 3b} - \dfrac{3b}{a + 3b} - \dfrac{a^2 + 3ab + 18b^2}{a^2 - 9b^2} = 1$

b) $\dfrac{2bx - b}{x + 1} + \dfrac{3bx}{x - 1} + \dfrac{3bx^2 + bx + 2b}{1 - x^2} = b$

c) $\left(\dfrac{x + y}{x - y} - \dfrac{x - y}{x + y}\right)\dfrac{x^2 - y^2}{2xy} = \dfrac{4xy}{x + y}$

d) $\left(1 - \dfrac{x - y}{x + y}\right) : \left(\dfrac{x - y}{x + y} - \dfrac{x + y}{x - y}\right) = \dfrac{y - x}{2x}$

Problemes d'estratègia

Truc

Cinquena fila: 1 5 10 10 5 1

$(a + b)^5 = 1 \cdot a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1 \cdot b^5$

Màquina transformadora

$F = \dfrac{a}{b} \rightarrow \dfrac{b + a}{b - a} = F_1$ $F_1 = \dfrac{b + a}{b - a} \rightarrow -\dfrac{b}{a} = F_2$ $F_2 = -\dfrac{b}{a} \rightarrow \dfrac{a - b}{a + b} = F_3$

$F_3 = \dfrac{a - b}{a + b} \rightarrow \dfrac{a}{b} = F_4$ $F_{20} = F = \dfrac{a}{b}$

$$F_n = \begin{cases} \dfrac{a}{b} & \text{Si } n = 4k, \text{ amb } k \in \mathbb{N} \\ \dfrac{b + a}{b - a} & \text{Si } n = 4k + 1, \text{ amb } k \in \mathbb{N} \\ -\dfrac{b}{a} & \text{Si } n = 4k + 2, \text{ amb } k \in \mathbb{N} \\ \dfrac{a - b}{a + b} & \text{Si } n = 4k + 3, \text{ amb } k \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Quadrat i octògon

$A_{\text{OCTÒGON}} = 2a^2(\sqrt{2} - 1)$ $A_{\text{ESTRELLA}} = 2a^2(a^2 - \sqrt{2})$

Binomis i potències

$3a + 2 = a^3$

$5a + 6 = a^4$

$11a + 10 = a^5$

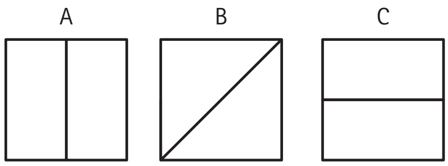
$21a + 22 = a^6$

El gran Mag em va dir...

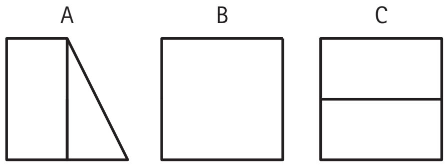
Exercici resolt.

Vistes

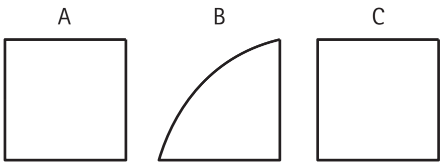
a)



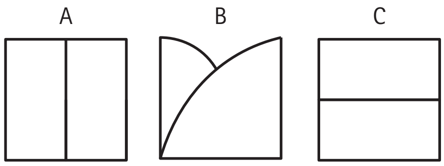
b)



c)



d)



En sobren?

Dues caixes → Hi sobren 4 bombons

Tres caixes → No sobren bombons

Curiós

Amb tres dígits, a, b i c, amb $a > b > c$, el nombre més gran que es pot formar és *abc*, i el més petit, *cba*.
Si els restem, s'obté:

$(a - 1 - c) + 9 + (c + 10 - a) = 18$

Més lletres?

$x = 3$

$y = 7$

$z = 5$