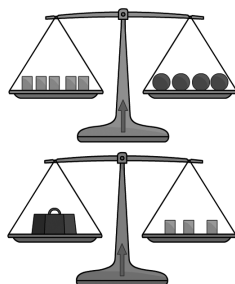


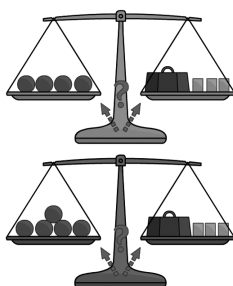
Unitat didàctica 3. Equacions, inequacions i sistemes

Reflexiona

- La bàscula del dibuix està equilibrada en aquestes dues pesades.



Cap a on es desequilibrarà en cadascuna d'aquestes dues pesades?



La tercera balança es desequilibrarà cap a la dreta, i la quarta, cap a l'esquerra.

Et convé recordar

Què entenem per equació i per la seva solució

- Resol les equacions següents (és a dir, esbrina, en cadascuna, quin és el valor de x que fa certa la igualtat). Fes-ho per un dels mètodes següents:

- «A ull», és a dir, intuït-ne la solució i comprovant que, efectivament, ho és.
- «Temptejant», és a dir, provant i aproximant-te cada vegada més a la solució.

Pots utilitzar la calculadora, sempre que el càlcul vagi precedit de la reflexió.

Encara que ja sàpigues com es resolen sistemàticament les equacions, és a dir, encara que sàpigues aïllar x , no apliquis aquí aquests coneixements. Simplement, observa i tempteja.

a) $3x + 7 = 73 \rightarrow x = 2,2$

b) $3 \cdot (x + 7) = 240 \rightarrow x = 73$

c) $\sqrt{x - 11} = 4 \rightarrow x = 27$

d) $(x + 1)^2 = 25 \rightarrow x = 4$ o $x = -6$

e) $x^3 + x = 222 \rightarrow x = 6$

f) $x^5 + x = 1000 \rightarrow$ La solució està entre 3,97 i 3,98.

g) $(x - 3) \cdot (x + 2) \cdot (2x - 10) = 0 \rightarrow x = 3, x = -2, x = 5$

h) $\frac{1}{x} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \rightarrow x = 2$

i) $3^x = 59\,049 \rightarrow x = 10$

j) $3^x = 500 \rightarrow$ Entre 5 i 6.

k) $x^x = 823\,543 \rightarrow x = 7$

l) $x^x = 100 \rightarrow$ Entre 3 i 4.

- Inventa una equació similar a cadascuna de les anteriors la solució de la qual hagi estat triada per tu prèviament. Per exemple, inventa una equació similar a la c) la solució de la qual sigui:

$\sqrt{16 - 7} = \sqrt{9} = 3$. Per tant, l'equació que cal plantejar és $\sqrt{x - 7} = 3$.

a) $x = 32 \rightarrow 3x - 26 = 70$

b) $x = 95 \rightarrow 2(x - 5) = 180$

c) $x = 28 \rightarrow \sqrt{x - 3} = 5$

d) $x = 4$ i $x = -10 \rightarrow (x + 3)^2 = 49$

e) $x = 4 \rightarrow x^3 + x = 68$

f) Entre 4 i 5 $\rightarrow x^4 + x = 500$

g) $x = -4, x = 2, x = -2 \rightarrow (x + 4)(x - 2)(x + 2) = 0$ h) $x = 7 \rightarrow \frac{1}{5} - \frac{1}{x} = \frac{2}{35}$
 i) $x = 6 \rightarrow 5^x = 15625$ j) Entre 9 i 10 $\rightarrow 2^x = 1000$
 k) $x = 6 \rightarrow x^x = 46655$ l) Entre 4 i 5 $\rightarrow x^x = 2000$

Quin és el significat de les desigualtats

■ Si $a \leq b$, escriu el signe de la desigualtat en els casos següents.

a) $a + 5 \dots b + 5 \Rightarrow \leq$ b) $a - 7 \dots b - 7 \Rightarrow \leq$ c) $3a \dots 3b \Rightarrow \leq$ d) $\frac{1}{3}a \dots \frac{1}{3}b \Rightarrow \leq$
 e) $\frac{a}{5} \dots \frac{b}{5} \Rightarrow \leq$ f) $-2a \dots -2b \Rightarrow \geq$ g) $\frac{a}{-3} \dots \frac{b}{-3} \Rightarrow \geq$ h) $-a \dots -b \Rightarrow \geq$

Activitats

3.1 Resol.

a) $2x^2 - 50 = 0 \rightarrow x_1 = 5, x_2 = -5$
 b) $3x^2 + 5 = 0 \rightarrow$ No té solució.
 c) $7x^2 + 5x = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -\frac{5}{7}$

3.2 Resol.

a) $10x^2 - 3x - 1 = 0 \rightarrow x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{5}$
 b) $x^2 - 20x + 100 = 0 \rightarrow x = 10$
 c) $3x^2 + 5x + 11 = 0 \rightarrow$ No té solució.

3.3 En un triangle rectangle, el costat més gran és 3 cm més llarg que el mitjà, el qual, al seu torn, és 3 cm més llarg que el petit.

Quant mesura cada costat?

9 cm, 12 cm i 15 cm.

3.4 Resol.

a) $7x^4 - 63x^2 = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 3, x_3 = -3$
 b) $7x^4 - 112 = 0 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2$
 c) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = \frac{1}{2}, x_4 = -\frac{1}{2}$

3.5 Resol.

a) $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = -2 \rightarrow x = -3$
 b) $x - \sqrt{2x-3} = 1 \rightarrow x = 2$

3.6 Resol.

a) $\frac{x+1}{x+5} + \frac{1-x}{x-4} = \frac{5}{2} \rightarrow x_1 = 3, x_2 = -\frac{34}{5}$ b) $\frac{x+7}{x+3} + \frac{x^2-3x+6}{x^2+2x-3} = 1 \rightarrow$ No té solució.

3.7 a) Inventa't una equació les solucions de la qual són 3, -3, $\sqrt{7}$ i $-\sqrt{7}$.

b) Escriu una altra equació les solucions de la qual són 5, 0, 3 i -2.

Per exemple:

a) $x^4 - 16x^2 + 63 = 0$ b) $x^4 - 6x^3 - x^2 + 30x = 0$

3.8 Resol les equacions següents.

a) $3x^4 - 75x^2 = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 5, x_3 = -5$

b) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \rightarrow x_1 = 3, x_2 = -3, x_3 = 1, x_4 = -1$

c) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0 \rightarrow x_1 = \sqrt{5}, x_2 = -\sqrt{5}, x_3 = 2, x_4 = -2$

d) $\sqrt{4x+5} = x+2 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = -1$

e) $\sqrt{x} + 2 = x \rightarrow x = 4$

f) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-5} = 2 \rightarrow x_1 = 14, x_2 = 6$

g) $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3 \rightarrow x = 3$

h) $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2} \rightarrow x_1 = 3, x_2 = -4$

i) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{4} \rightarrow x_1 = 2, x_2 = -\frac{2}{3}$

j) $(\sqrt{x} - x + 2) \cdot x = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 4$

k) $x \cdot (x+1) \cdot (x-2) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = 2, x_4 = \frac{1}{2}$

l) $(x^2 - 9) \cdot (\sqrt{x} + 3) = 0 \rightarrow x_1 = 3, x_2 = -3$

3.9 Resol aplicant dues vegades el mètode de reducció. $\begin{cases} 22x + 17y = 49 \\ 31x - 26y = 119 \end{cases}$
 $x = 3, y = -1$

3.10 Resol aquests sistemes.

a) $\begin{cases} x - y = 15 \\ x \cdot y = 100 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases}$

a) $x_1 = 20, y_1 = 5$
 $x_2 = -5, y_2 = -20$

b) $x_1 = -4, y_1 = 5$
 $x_2 = 5, y_2 = -4$

3.11 Resol aquests sistemes.

a) $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 7 = y + 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 18 \\ xy = y + 6x + 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y + 8 = x^2 \\ y - 2x = 0 \end{cases}$

a) $x_1 = -2, y_1 = -5$
 $x_2 = 4, y_2 = -7$

b) $x_1 = 2, y_1 = 16$
 $x_2 = 11, y_2 = 7$

c) $x_1 = 4, y_1 = 8$
 $x_2 = -2, y_2 = -4$

3.12 Quins dels valors següents són solucions de la inequació $x^2 - 8x < 12$?

a) -5 b) 0 c) 1,1 d) 2 e) 5/2 f) 3,2 g) 5,3 h) 10

Són solució de la inequació:

b) 0 c) 1,1 d) 2 e) $\frac{5}{2}$ f) 3,2 g) 5,3

3.13 Tradueix a llenguatge algebraic.

a) El triple d'un nombre més vuit unitats és més petit que 20.

$3x + 8 < 20$

b) El nombre d'alumnes de la meua classe és més petit que 35.

$x < 35$

c) Si els diners que tinc augmentessin el triple i em toquessin 20 €, tindria, almenys, 110 €.

$$3x + 20 \geq 110$$

Exercicis de la unitat. Practica

Equacions de 1r i 2n grau

3.14 ▲▲▲ Resol aquestes equacions.

a) $\frac{3x+2}{5} - \frac{4x-1}{10} + \frac{5x-2}{8} = \frac{x+1}{4} \rightarrow 0$

b) $(3x+2)^2 + 3(1-3x)x = 2(x-11) \rightarrow -2$

c) $(2x-3)^2 + (x-2)^2 = 3(x+1) + 5x(x-1) \rightarrow \frac{5}{7}$

3.15 ▲▲▲ Les equacions següents són de primer grau. Comprova-ho i soluciona-les.

a) $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(2x-1)^2}{16} = \frac{35}{16} \rightarrow 0$

b) $\frac{x+3}{5} - \frac{(x-1)^2}{4} = -\frac{1}{4}x^2 - \left(\frac{x}{2} + 2\right) \rightarrow -\frac{47}{24}$

c) $\frac{1}{2}[1 - (x+2)^2] = -x - \frac{x^2-1}{2} \rightarrow -2$

Operant, es comprova que són equacions de primer grau.

3.16 ▲▲▲ Les equacions següents són de segon grau i estan incompletes. Soluciona-les sense aplicar la fórmula general.

a) $(3x+1)(3x-1) + \frac{1}{2}(x-2)^2 = 1 - 2x \rightarrow 0$

b) $\frac{x^2+2}{3} - \frac{x^2+1}{4} = 1 - \frac{x+7}{12} \rightarrow 0, -1$

c) $\frac{(2x-1)(2x+1)}{3} + \frac{(x-2)^2}{4} = \frac{3x+4}{6} + \frac{x^2}{3} \rightarrow 0, \frac{6}{5}$

3.17 ▲▲▲ Resol les equacions de segon grau següents.

a) $(x+1)^2 - 3x = 3 \rightarrow 2, -1$

b) $(2x+1)^2 = 1 + (x-1)(x+1) \rightarrow -\frac{1}{3}, -1$

c) $\frac{(x+1)(x-3)}{2} + x = \frac{x}{4} \rightarrow 2, -\frac{3}{2}$

d) $x + \frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{3} = x^2 - 2 \rightarrow \frac{19}{6}, -1$

3.18 ▲▲▲ Tres d'aquestes equacions no tenen solució. Esbrina quines són.

a) $(5x-3)^2 - 5x(4x-5) = 5x(x-1)$

b) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0$

c) $(x+3)^2 - 2(3x+6) = 0$

d) $\frac{x+1}{2} = x - \frac{2x+3}{4}$

No tenen solució a), b) i d).

La solució de c) és $\sqrt{3}, -\sqrt{3}$

Altres equacions

3.19 ▲▲▲ Resol.

a) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \rightarrow 2, -2$

b) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0 \rightarrow \sqrt{3}, -\sqrt{3}, \sqrt{2}, -\sqrt{2}$

c) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \rightarrow 2, -2, 1, -1$

d) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0 \rightarrow \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}$

3.20 ▲▲▲ Resol.

a) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0 \rightarrow 3, -3$

b) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \rightarrow \sqrt{3}, -\sqrt{3}, 1, -1$

c) $25x^4 - 26x^2 + 1 = 0 \rightarrow 1, -1, \frac{1}{5}, -\frac{1}{5}$

d) $x^4 - 81 = 0 \rightarrow 3, -3$

e) $x^4 - 9x^2 = 0 \rightarrow 0, 3, -3$

f) $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0 \rightarrow 1, -1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}$

3.21 ▲▲▲ Resol.

a) $x - \sqrt{x} = 2 \rightarrow 4$

b) $x - \sqrt{25 - x^2} = 1 \rightarrow 4$

c) $x - \sqrt{169 - x^2} = 17 \rightarrow$ No té solució.

d) $x + \sqrt{5x + 10} = 8 \rightarrow 3$

3.22 ▲▲▲ Resol.

a) $\frac{x-1}{x} + x = 1 \rightarrow 1, -1$

b) $\frac{x-3}{x} + \frac{x+3}{x^2} = \frac{2}{3} \rightarrow 3$

c) $\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{4} = 1 \rightarrow 7$

d) $\frac{3x-1}{x+2} - 1 = \frac{x}{2x+4} \rightarrow 2$

3.23 ▲▲▲ Resol.

a) $\sqrt{3x+4} = 4 - 2x \rightarrow \frac{3}{4}$

b) $2x + \sqrt{x+4} = 2 \rightarrow 0$

c) $x + 1 - \sqrt{5x+1} = 0 \rightarrow 0, 3$

d) $x + \sqrt{7-3x} = 1 \rightarrow -3$

3.24 ▲▲▲ Resol.

a) $\frac{1}{x+3} - \frac{2}{x} = \frac{2-5x}{x^2+3x} \rightarrow 2$

b) $\frac{2x+3}{2x-1} - \frac{1}{x} = 4 \rightarrow 1, -\frac{1}{6}$

c) $\frac{x+1}{x-2} + \frac{2x}{x+2} + 2 = 0 \rightarrow -1, \frac{6}{5}$

3.25 ▲▲▲ Quines són les solucions de les equacions següents?

a) $(x+3)(x^2-4) = 0 \rightarrow -3, 2, -2$

b) $(x-5)(x^2+4) = 0 \rightarrow 5$

c) $x(x-1)(2x-3) = 0 \rightarrow 0, 1, \frac{3}{2}$

d) $3x^2(x+1)^2 = 0 \rightarrow 0, -1$

3.26 ▲▲▲ Factoritza i resol.

a) $x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \rightarrow 0, 1, 2$

b) $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow 1, -1, -2$

c) $2x^4 + 6x^3 = 0 \rightarrow 0, -3$

d) $x^4 - 6x^3 + 9x^2 = 0 \rightarrow 0, 3$

Sistemes d'equacions

3.27 ▲▲▲ Resol els sistemes d'equacions següents i comprova'n la solució que obtinguis.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x + 3y = -7 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x + 2y = -1 \\ 3x - y = -1,25 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + 4y = -5/3 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} \frac{x+1}{3} + y = 1 \\ \frac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases} \end{array}$$

$$\text{a)} x = \frac{1}{2}, y = -3 \quad \text{b)} x = -0,5, y = -0,25 \quad \text{c)} x = \frac{1}{3}, y = -\frac{1}{2} \quad \text{d)} x = -1, y = 1$$

3.28 ▲▲▲ Resol els sistemes d'equacions següents i comprova'n les solucions.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} \frac{x+1}{2} + \frac{y-1}{4} = \frac{3}{2} \\ \frac{x+1}{4} - \frac{y-1}{2} = \frac{3}{4} \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x + 3y = 9 \\ \frac{x^2 - 2y + 3}{x-1} = 3 + x \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{c)} \begin{cases} \frac{x+3}{2} + \frac{y+3}{4} = 1 \\ \frac{1-x}{2} - \frac{2-y}{6} = 1 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} 8,6x + 5,4y = 11 \\ 25x - 12y = 245 \end{cases} \end{array}$$

$$\text{a)} x = 2, y = 1 \quad \text{b)} x = 0, y = 3 \quad \text{c)} x = -2, y = -1 \quad \text{d)} x \approx 6,1, y \approx -7,7.$$

3.29 ▲▲▲ Calcula les solucions dels sistemes d'equacions següents.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \begin{cases} x + y = 1 \\ xy + 2y = 2 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 11 - 3x \end{cases} \end{array}$$

$$\text{a)} x_1 = 0, y_1 = 1; x_2 = -1, y_2 = 2 \quad \text{b)} x_1 = \frac{7}{5}, y_1 = \frac{1}{5}; x_2 = 1, y_2 = 1$$

$$\text{c)} x_1 = \frac{3}{2}, y_1 = 0; x_2 = 1, y_2 = 1 \quad \text{d)} x_1 = 2, y_1 = 1; x_2 = -\frac{5}{2}, y_2 = -\frac{7}{2}$$

3.30 ▲▲▲ Resol.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} 2x + y = 2 \\ xy - y^2 = 0 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} \frac{x+y}{2} - x = 1 \\ \frac{x-y}{2} + x^2 = 0 \end{cases} \end{array}$$

$$\text{a)} x_1 = 1, y_1 = 0; x_2 = \frac{2}{3}, y_2 = \frac{2}{3}$$

$$\text{b)} x_1 = 1, y_1 = 3; x_2 = -1, y_2 = 1$$

Inequacions

3.31 ▲▲▲ Exercici resolt.

3.32 ▲▲▲ Calcula el conjunt de solucions de les inequacions següents.

$$\text{a)} 3x - 7 < 5 = x < 4 \rightarrow (-\infty, 4) \quad \text{b)} 2 - x > 3 = x < -1 \quad (-\infty, -1)$$

$$\text{c)} 7 > 8x - 5 = x < \frac{3}{2} \rightarrow \left(-\infty, \frac{3}{2}\right) \quad \text{d)} 1 - 5x < -8 = x > \frac{9}{5} \rightarrow \left(\frac{9}{5}, +\infty\right)$$

3.33 ▲▲△ Resol les inequacions següents.

a) $\frac{2(x+2)}{3} < 2x = x > 1 \rightarrow (1, +\infty)$ b) $\frac{x-4}{4} + 1 < \frac{x+4}{8} = x < 4 \rightarrow (-\infty, 4)$
c) $-4x + 9 < x - 1 = x > 2 \rightarrow (2, +\infty)$ d) $\frac{x-1}{2} > x + 1 = x < -3 \rightarrow (-\infty, -3)$

3.34 ▲▲△ Tradueix al llenguatge algebraic.

- a) El triple d'un nombre més 8 unitats és més petit que 20. $3x + 8 < 20$
b) El quadrat d'un nombre és més petit que el doble d'aquest nombre més 1. $x^2 < 2x + 1$
c) Si creixés 15 cm, superaria l'alçada que es requereix per entrar en l'equip de bàsquet, que és 1,80 m. $x + 15 > 180$

3.35 ▲▲△ Calcula el conjunt de solucions dels sistemes d'inequacions següents.

a) $\begin{cases} x - 2 > 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3 - x > 0 \\ 3 + x > 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x - 5 \leq 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x \geq 0 \\ 1 - x < 0 \end{cases}$

a) $x > 2 \rightarrow (2, +\infty)$ b) $x < 3$ i $x > -3 \rightarrow (-3, 3)$
c) $x > -1$ i $x \leq 5 \rightarrow (-1, 5]$ d) $x > 1 \rightarrow (1, +\infty)$

Pensa i resol

3.36 ▲▲△ Resol.

a) $x^3 - 27 = 0 \rightarrow x = 3$ b) $\frac{64}{x^3} - 1 = 0 \rightarrow x = 4$
c) $\frac{3x}{5} + \frac{25}{9x^2} = 0 \rightarrow x = -\frac{5}{3}$ d) $\frac{4}{x} - \frac{x^2}{2} = 0 \rightarrow x = 2$
e) $16x^4 - 81 = 0 \rightarrow x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{3}{2}$ f) $\frac{1}{50x} - \frac{25x^3}{2} = 0 \rightarrow x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = -\frac{1}{5}$

3.37 ▲▲△ Resol.

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 y^2 = 36 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2\sqrt{x+1} = y + 1 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$

a) $x_1 = 2, y_1 = 3; x_2 = 3, y_2 = 2; x_3 = -1, y_3 = 6; x_4 = 6, y_4 = -1$
b) $x = 4, y = 3$
c) $x_1 = 5, y_1 = 3; x_2 = 5, y_2 = -3; x_3 = -5, y_3 = 3; x_4 = -5, y_4 = -3$
d) $x_1 = 8, y_1 = 5; x_2 = -1, y_2 = -1$

3.38 ▲▲△ Dues d'aquestes equacions no tenen solució. Esbrina quines són i resol les altres.

a) $\sqrt{x+2} - \sqrt{2(x+1)} = 0 \rightarrow x = 0$ b) $\sqrt{x-4} - \sqrt{3-x} = 0 \rightarrow$ No té solució.
c) $\sqrt{x^2+3} - \sqrt{3-x} = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -1$ d) $\sqrt{5x+7} - \sqrt{1-x} = 0 \rightarrow$ No té solució.

3.39 ▲▲△ Exercici resolt.

3.40 ▲▲△ Resol.

a) $-x^2 + 3x - 2 \geq 0 \rightarrow [1, 2]$ b) $x^2 - 4x - 5 \leq 0 \rightarrow [-1, 5]$
c) $2x^2 + 9x - 5 > 0 \rightarrow (-\infty, -5) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ d) $-x^2 + 4x < 0 \rightarrow (-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$

3.41 ▲▲△ Resol.

- a) $x^2 - 2x + 3 > x + 1 \rightarrow (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$
 b) $-x^2 + 3x - 6 < -x - 2 \rightarrow (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$
 c) $-x^2 + x - 5 \geq -2x - 3 \rightarrow [1, 2]$

3.42 ▲▲△ Tingues en compte el signe de cada factor i resol les inequacions següents.

- a) $(x - 1)(x + 3) > 0 \rightarrow (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ b) $x(x - 4) < 0 \rightarrow (0, 4)$
 c) $(x - 5)(x + 2) \leq 0 \rightarrow [-2, 5]$ d) $(x + 1)(3 - x) \leq 0 \rightarrow (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

3.43 ▲▲△ Resol.

- a) $\frac{x^2 - 9}{5} - \frac{(x + 2)(x - 2)}{15} < \frac{1 - 2x}{3} = (-7, 2)$
 b) $\frac{x - 1}{2} - \frac{1}{3} > x + \frac{3x - x^2}{3} = \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup (5, +\infty)$

3.44 ▲▲△ Una persona compra un equip de música i un ordinador per 2500 € i els ven al cap d'un temps per 2157,50 €.

Amb l'equip de música perd el 10% del seu valor i amb l'ordinador, el 15%.

Quant li costà cada objecte?

L'equip de música li costà 650 €, i l'ordinador, 1 850 €.

3.45 ▲▲△ La nota mitjana dels aprovats en un examen de matemàtiques va ser 6,5 i la dels suspesos, 3,2. La classe té 30 alumnes, i la nota mitjana global va ser 5,29.

Calcula quants van aprovar i quants van suspendre.

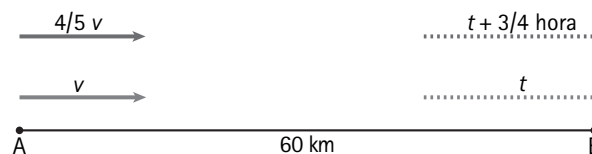
Aprovaren 19 estudiants i en suspengueren, 11.

3.46 ▲▲△ La qualificació d'una oposició s'obté mitjançant dos exàmens: un d'escrit, que suposa el 65% de la nota final, i un altre d'oral, que representa el 35%. Si una persona va treure 12 punts entre els dos exàmens i va obtenir un 5,7 de nota final, quina nota va treure en cadascun?

Obtingué un 5 en l'examen escrit i un 7 en l'examen oral.

3.47 ▲▲△ En un examen de 20 preguntes et donen dos punts per cada encert i te'n treuen mig per cada error. Per aprovar, és obligatori contestar totes les preguntes, i cal treure, almenys, 20 punts. Quantes preguntes s'han de contestar correctament per aprovar?

Per aprovar, cal contestar 12 preguntes bé i 8 preguntes malament.

3.48 ▲▲▲ La distància entre dues localitats, A i B, és de 60 km. Dos ciclistes surten al mateix temps de A. La velocitat del primer és $\frac{4}{5}$ de la del segon i arriba a B $\frac{3}{4}$ d'hora més tard.

Quina velocitat porta cada ciclista? L'un va a 20 km/h i l'altre, a 16 km/h.

3.49 ▲△△ Calcula una fracció de la qual sabem que és igual a 1 si afegim 7 al numerador i 2 al denominador.

També sabem que el producte d'ambdós termes és 1254. La fracció és $\frac{33}{38}$.

3.50 ▲▲△ Exercici resolt.

3.51 ▲▲△ Calcula les dimensions d'un rectangle de diagonal igual a 75 m, sabent que és semblant a un altre els costats del qual fan 36 m i 48 m.

Les dimensions del rectangle són 45 m i 60 m.

3.52 ▲▲△ Si el costat d'un quadrat s'augmenta en 3 m, la superfície augmenta en 75 m². Quant mesura el costat?

El costat del quadrat mesura 11 m.

3.53 ▲▲△ Els costats d'un triangle mesuren 18 cm, 16 cm i 9 cm. Si restem la mateixa quantitat dels tres costats, obtenim un triangle rectangle. Quina és aquesta quantitat?

La quantitat restada és 1 cm.

3.54 ▲▲△ Si escurcem en 2 cm la base d'un rectangle i en 1 cm la seva altura, l'àrea disminueix en 13 cm².

Calcula les dimensions del rectangle sabent que el seu perímetre és de 24 cm.

La base del rectangle mesura 9 cm, i l'altura, 3 cm.

3.55 ▲▲△ Calcula els costats d'un triangle rectangle isòsceles el perímetre del qual és de 24 cm. Els costats iguals mesuren 7,03 cm, i la hipotenusa mesura 9,94 cm.

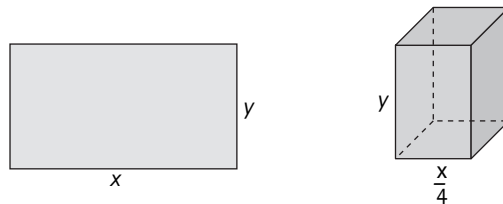
3.56 ▲▲△ Calcula els catets d'un triangle rectangle de 480 m² d'àrea la hipotenusa del qual mesura 52 m.

Els catets mesuren 20 m i 48 m.

3.57 ▲▲△ El costat d'un rombe és de 5 cm i la seva àrea és de 24 cm². Calcula la longitud de les diagonals.

La diagonal major mesura 8 cm, i la menor, 6 cm.

3.58 ▲▲▲ Amb una cartolina de 240 cm² de superfície fem un prisma de base quadrada, sense bases. Si el volum del prisma és de 360 cm³, quines són les dimensions de la cartolina?



Les dimensions de la cartolina són 24 cm i 10 cm.

3.59 ▲▲▲ Un grup d'estudiants lloga un autocar per anar d'excursió i els costa 490 €. Si en fossin dos més, cada un pagaria 28 € menys. Quants estudiants són?

Són 5 estudiants (cadascú pagarà 98 €).

3.60 ▲▲▲ Una aixeta tarda el doble de temps que una altra a omplir una galleda d'aigua. Si les obrim alhora, la galleda s'omple en 3 minuts. Quant tarda cadascuna separadament?

L'una tarda 9 minuts, i l'altra, 4 minuts i 30 segons.

Reflexiona sobre la teoria

3.61 ▲▲△ Com es pot saber si una equació de segon grau, $ax^2 + bx + c = 0$, té dues, una o cap solució sense resoldre-la?

Si $b^2 - 4ac > 0 \rightarrow$ dues solucions

Si $b^2 - 4ac = 0 \rightarrow$ una solució

Si $b^2 - 4ac < 0 \rightarrow$ no hi ha solució

3.62 ▲▲▲ Determina per a quins valors de k l'equació $2x^2 - 8x + k = 0$.

a) Té una sola solució. $k = 8$

b) Té dues solucions diferents. $k < 8$

c) No té solució. $k > 8$

3.63 ▲▲▲ Una solució de l'equació $2x^2 + x + k = 0$ és $x = \frac{3}{2}$. Calcula k i l'altra solució.
 $k = -6$. L'altra solució és $x = -2$.

3.64 ▲▲▲ Escribe una equació de segon grau les solucions de la qual siguin 3 i -1.

Per exemple: $x^2 - 2x - 3 = 0$

3.65 ▲▲▲ Quantes solucions pot tenir una equació biquadrada? Per comprovar la teva resposta, resol aquestes equacions.

a) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \rightarrow x_1 = 3, x_2 = -3, x_3 = 1, x_4 = -1$

b) $x^4 - 4x^2 = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -2$

c) $x^4 - 16 = 0 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2$

d) $x^4 + x^2 = 0 \rightarrow x = 0$

e) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0 \rightarrow$ No té solucions.

f) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2, x_3 = \frac{1}{2}, x_4 = -\frac{1}{2}$

Pot tenir una, dues, tres o quatre solucions o no tenir-ne cap.

3.66 ▲▲▲ Escribe un sistema de tres equacions amb dues incògnites amb aquesta solució única:

$x = 1, y = 2$.

Per exemple:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = -1 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

Aprofundeix

3.67 ▲▲▲ Per obtenir, pas a pas, la solució general de l'equació de segon grau, cal seguir aquests passos:

$ax^2 + bx + c = 0$ (Passa c al 2n membre)

↓

$ax^2 + bx = -c$ (Multipliqua per $4a$)

↓ $\cdot 4a$

$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$ (Suma-hi b^2)

↓ $+ b^2$

$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$

↓

$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$

Extreu l'arrel quadrada als dos membres i, després, aïlla la x .

$$x = \frac{\sqrt{ac}}{a}$$

3.68 ▲▲△ Comprova si els sistemes següents tenen solució.

$$\text{a) } \begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + 3y = 10 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

☛ *Calcula la solució del sistema format per les dues primeres equacions i prova si aquesta solució verifica la tercera equació.*

a) El sistema no té solució.

b) $x = 3, y = 1$

3.69 ▲▲▲ Resol.

$$\text{a) } \begin{cases} x - 5 = 0 \\ 2x + y = 7 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - y = 0 \\ x - 2z = 6 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

a) $x = 5, y = -3, z = 1$

b) $x = 4, y = 4, z = -1$

3.70 ▲▲△ Exercici resolt.

3.71 ▲▲△ Resol com en l'exercici anterior.

$$\text{a) } \frac{2-x}{x-7} \geq 0 \quad \text{b) } \frac{x^2}{3-x} \geq 0 \quad \text{c) } \frac{x+1}{x^2} < 0$$

a) $[2, 7)$

b) $(-\infty, 3)$

c) $(-\infty, -1)$

3.72 ▲▲▲ Exercici resolt.

3.73 ▲▲▲ Un cotxe va de A a B a una velocitat de 60 km/h i torna de B a A a 40 km/h. Quina és la velocitat mitjana del recorregut?

☛ *No és 50 km/h.*

48 km/h

3.74 ▲▲▲ Quants litres de llet amb un 10% de matèria grassa hem de barrejar amb una altra llet que en té un 4% per tal d'obtenir 18 litres amb un 6% de matèria grassa?

Hem de mesclar 6 litres de llet amb un 10% de matèria grassa amb 12 litres de llet amb un 4%.

3.75 ▲▲▲ Dues aixetes obertes alhora omplen un dipòsit en 90 minuts. Obertes separatament, una de les dues tardarà 4 hores més que l'altra a omplir el mateix dipòsit. Calcula quant tardarà cada aixeta separatament.

Una aixeta tardarà 2 hores, i l'altra, 6 hores.

3.76 ▲▲▲ Un avió militar vola a 600 km/h quan no fa vent i pot portar combustible per a 4 hores de vol. Un dia, quan es disposava a sortir per fer una missió, bufava un vent en contra de 40 km/h que, segons els pronòstics, es mantindria durant tot el trajecte. Quants quilòmetres va poder allunyar-se de la base de manera que hi va poder tornar sense haver de posar gasolina?

1 195 km, aproximadament.

3.77 ▲▲▲ La suma de dues xifres d'un nombre és 8. Si a aquest nombre s'hi afegixen 18 unitats, el nombre que en resulta és format per les mateixes xifres en ordre invers. Quin és aquest nombre?

El nombre és 35.

Problemes d'estratègia

El recaptador

El poble tenia 36 veïns.

Volums diversos

El volum de la peça groga és de 300 cm^3 .

Igualant

El més gran tenia $26\,000 \text{ €}$.

El mitjà tenia $14\,000 \text{ €}$.

El petit tenia $8\,000 \text{ €}$.

Triangle de golejadors

En Jaume marcà 20 gols, en David en marcà 14, i en Julià, 16.

Partició d'un quadrat

$$\text{VERMELL} \rightarrow \left(2\sqrt{3} + \frac{\pi}{3} - 4\right) \text{m}^2 \approx 0,51 \text{ m}^2 \quad \text{VERD} \rightarrow \left(4 - \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right) \text{m}^2 \approx 0,17 \text{ m}^2$$

$$\text{BLAU} \rightarrow \left(1 + \frac{\pi}{3} - \sqrt{3}\right) \text{m}^2 \approx 0,31 \text{ m}^2$$

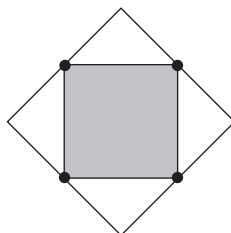
Jocs per pensar

Àlgebra a l'antiga Mesopotàmia

L'hort té 14 mesures d'ample i 19 mesures de llarg.

Posa-hi enginy!

La piscina nova serà un quadrat els punts mitjans de cada costat del qual són els vèrtexs de la piscina inicial, i la longitud de cada costat serà $c = \sqrt{2}x$.



Endevinalla dolça

CROISSANT $\rightarrow 1 \text{ €}$

ENSAÏMADA $\rightarrow 1,20 \text{ €}$

BRIOIX $\rightarrow 0,80 \text{ €}$

MAGDALENA $\rightarrow 0,40 \text{ €}$

Compte llarg

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots - 998 + 999 = 500$$