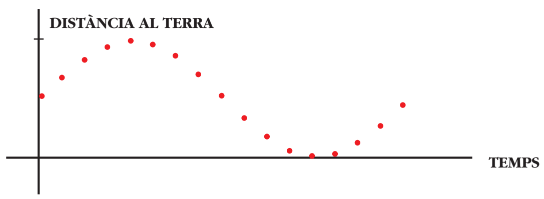
Pàgina 112

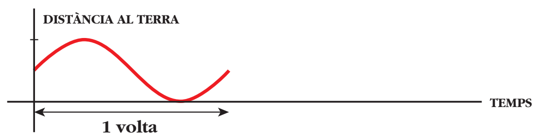
Reflexiona i resol

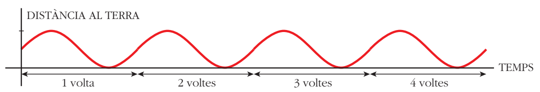
Al parc d'atraccions

La distància a la terra d'una barqueta de la roda varia mentre aquesta gira. Representem gràficament la funció que dóna l'alçària d'una roda en passar el temps:



Modificant l'escala, representa la funció:
***x*: temps transcorregut**
***y*: distància al terra corresponent a quatre voltes de la roda.**





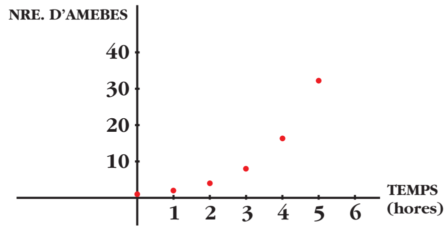
Població d'amebes

Les amebes són éssers unicel·lulars que es reprodueixen dividint-se en dos, més o menys ràpidament segons les condicions del medi en què es troben (cultiu). Suposem que les condicions d'un cultiu són tals que les amebes es dupliquen aproximadament cada hora i que, inicialment, hi ha una ameba.

a) Calcula el nombre aproximat d'amebes que hi haurà a mesura que passin les hores i completa aquesta taula en el teu quadern:

Temps (hores)	0	1	2	3	4	5	6
Nre. d'amebes	1	2	4				

b) Representa gràficament aquestes dades en un full de paper quadriculat.

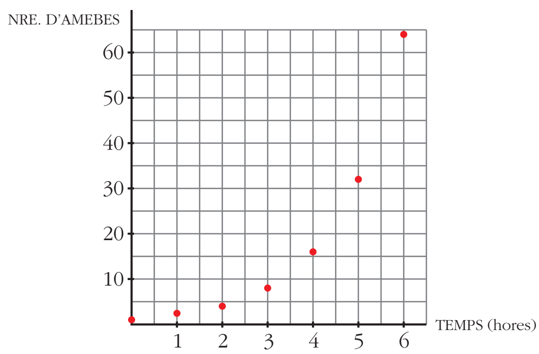


c) Canvia els eixos i representa la funció les variables de la qual siguin, ara:
***x*: nombre d'amebes**
***y*: temps (en hores)**

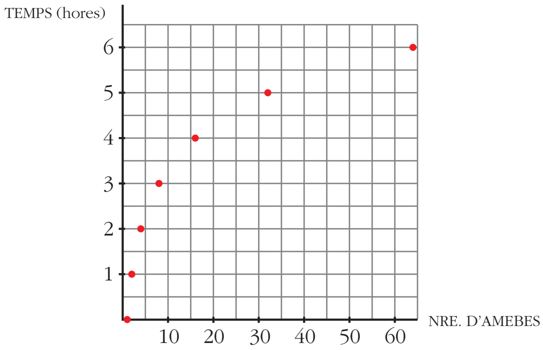
a)

Temps (hores)	0	1	2	3	4	5	6
Nre. d'amebes	1	2	4	8	16	32	64

b)



c)



Pàgina 113

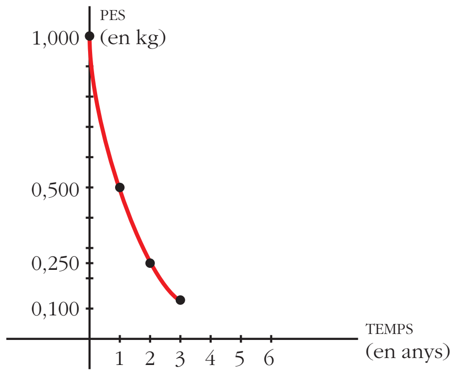
Radioactivitat

Les substàncies radioactives es desintegren i es transformen en unes altres substàncies, i ho fan amb més o menys rapidesa, segons de quines es tracti. Suposem que tenim 1 kg d'una substància radioactiva que es desintegra i que es redueix a la meitat cada any. La resta de la massa no desapareix, sinó que es transforma en un altre component químic.

a) Completa la taula següent (utilitza la calculadora per obtenir els valors amb tres xifres decimals):

Temps (anys)	0	1	2	3	4	5	6
Subs. radioact. (en kg)	1	0,5	0,250	0,125			

b) Representa gràficament les dades en paper quadriculat.

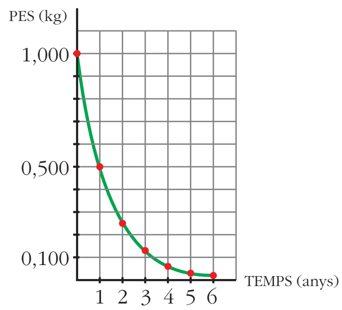


c) Canvia els eixos i representa la funció les variables de la qual són ara:
x: pes de la substància radioactiva (en kg)
y: temps transcorregut (en anys)

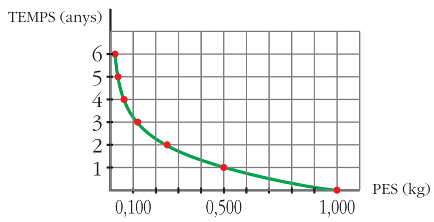
a)

Temps (anys)	0	1	2	3	4	5	6
Subs. radioact. (en kg)	1	0,5	0,250	0,125	0,063	0,031	0,016

b)



c)



Pàgina 114

1. Si $f(x) = x^2 - 5x + 3$ i $g(x) = x^2$, obtén les expressions de $f[g(x)]$ i $g[f(x)]$. Troba $f[g(4)]$ i $g[f(4)]$.

$f[g(x)] = f[x^2] = x^4 - 5x^2 + 3$

$g[f(x)] = g[x^2 - 5x + 3] = (x^2 - 5x + 3)^2$

$f[g(4)] = 179$; $g[f(4)] = 1$

2. Si $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2 + 5$, troba $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ i $g \circ g$.
Troba el valor d'aquestes funcions en $x = 0$ i $x = 2$.

$f \circ g(x) = \sqrt{x^2 + 5}$

$f \circ g(0) = \sqrt{5} = 2{,}2$

$f \circ g(2) = \sqrt{2^2 + 5} = \sqrt{9} = 3$

$g \circ f(x) = (\sqrt{x})^2 + 5 = x + 5$

$g \circ f(0) = 5$

$g \circ f(2) = 2 + 5 = 7$

$f \circ f(x) = \sqrt{\sqrt{x}}$

$f \circ f(0) = 0$

$f \circ f(2) = 1{,}19$

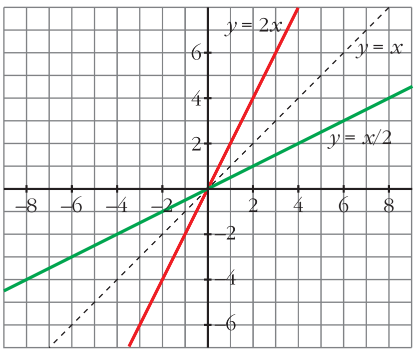
$g \circ g(x) = (x^2 + 5)^2 + 5$

$g \circ g(0) = 25 + 5 = 30$

$g \circ g(2) = 81 + 5 = 86$

Pàgina 115

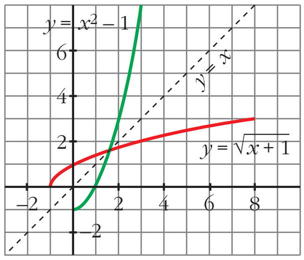
3. Representa $y = 2x$, $y = x/2$ i comprova que són inverses.



4. Comprova que cal descompondre $y = x^2 - 1$ en dues branques per trobar-ne les inverses respecte de la recta $y = x$. Esbrina quines són.

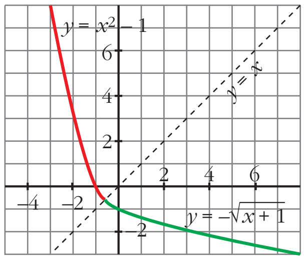
a) $y = x^2 - 1$ si $x \geq 0$;

$y^{-1} = \sqrt{x + 1}$



b) $y = x^2 - 1$ si $x < 0$

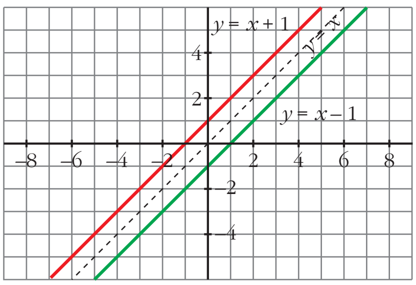
$y^{-1} = -\sqrt{x + 1}$



5. Si $f(x) = x + 1$ i $g(x) = x - 1$, comprova que $f[g(x)] = x$. Són $f(x)$ i $g(x)$ funcions inverses? Comprova que el punt $(a, a + 1)$ es troba a la gràfica de f i que el punt $(a + 1, a)$ és a la gràfica de g. Representa les dues funcions i observa'n la simetria respecte de la recta $y = x$.

$f[g(x)] = f(x - 1) = (x - 1) + 1 = x$

Són funcions inverses.



Pàgina 125

Per practicar

Composició i funció inversa

6. A partir de les funcions $f(x) = x + 3$ i $g(x) = \frac{5x}{2}$, calcula:

a) $f[g(2)]$ **b)** $g[f(-1)]$
c) $f[g(x)]$ **d)** $g[f(x)]$

a) $f[g(2)] = \frac{5 \cdot 2}{2} + 3 = 8$

b) $g[f(-1)] = \frac{5(-1+3)}{2} = 5$

c) $f[g(x)] = \frac{5x}{2} + 3$

d) $g[f(x)] = \frac{5(x+3)}{2}$

7. Si $f(x) = 2x + 3$ i $g(x) = x^2 - 2x$ obtén l'expressió de les funcions següents:

a) $f \circ g$ **b)** $g \circ f$ **c)** $f \circ f$ **d)** $g \circ g$

a) $f \circ g = 2(x^2 - 2x) + 3 = 2x^2 - 4x + 3$

b) $g \circ f = (2x + 3)^2 - 2(2x + 3) =$
$= 4x^2 + 9 + 12x - 4x - 6 =$
$= 4x^2 + 8x + 3$

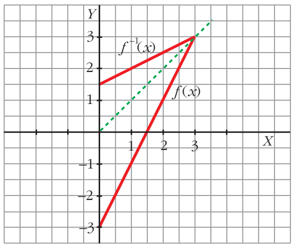
c) $f \circ f = 2(2x + 3) + 3 =$
$= 4x + 6 + 3 = 4x + 9$

d) $g \circ g = (x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) =$
$= x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 2x^2 + 4x =$
$= x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 4x$

8. Quina és la funció inversa de $f(x) = 2x - 3$?

Representa $f(x)$ i $f^{-1}(x)$ en els mateixos eixos coordenats i comprova la seva simetria respecte a la bisectriu del primer quadrant.

$f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$



9. Considera les funcions f i g definides per les expressions: $f(x) = x^2 + 1$ i $g(x) = \frac{1}{x}$.

Calcula:

a) $(f \circ g)(2)$; **b)** $(g \circ f)(-3)$; **c)** $(g \circ g)(x)$; **d)** $(f \circ g)(x)$

a) $\frac{5}{4}$; b) $\frac{1}{10}$; c) $g(g(x)) = x$;

d) $f(g(x)) = \frac{1 + x^2}{x^2}$

10. A partir de les funcions $f(x) = 3x + 2$ i $g(x) = \sqrt{x}$, calcula:

a) $(f \circ g)(x)$; **b)** $(g \circ f)(x)$; **c)** $(g \circ g)(x)$

a) $(f \circ g)(x) = 3\sqrt{x} + 2$

b) $(g \circ f)(x) = \sqrt{3x + 2}$

c) $(g \circ g)(x) = \sqrt[4]{x}$

11. Amb les funcions $f(x) = \frac{1}{x^2}$ i $g(x) = x - 2$, hem obtingut per composició les funcions $p(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ i $q(x) = \frac{1}{x^2} - 2$.

Indica quina d'aquestes expressions correspon a $f \circ g$ i quina a $g \circ f$.

$p(x) = \frac{1}{(x-2)^2} \Rightarrow f \circ g$

$q(x) = \frac{1}{x^2} - 2 \Rightarrow g \circ f$

12. Troba la funció inversa d'aquestes funcions:

a) $y = 3x$; b) $y = x + 7$; c) $y = 3x - 2$

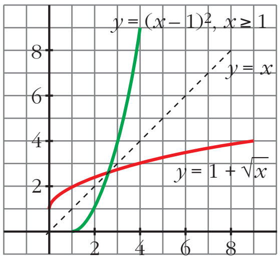
a) $x = 3y \Rightarrow y = \dfrac{x}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{x}{3}$

b) $x = y + 7 \Rightarrow y = x - 7 \Rightarrow f^{-1} = x - 7$

c) $x = 3y - 2 \Rightarrow y = \dfrac{x+2}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{x+2}{3}$

13. Donada la funció $f(x) = 1 + \sqrt{x}$, troba $f^{-1}(x)$. Representa les dues funcions i comprova'n la simetria respecte de la bisectriu del primer quadrant.

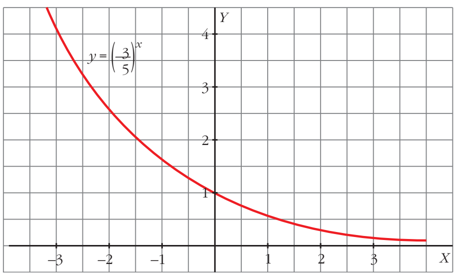
$f^{-1}(x) = (x - 1)^2,\ x \geq 1$



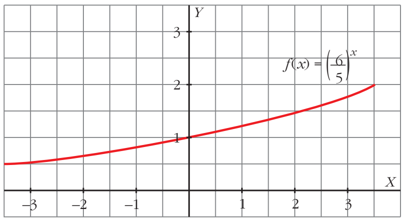
Funcions exponencials i logarítmiques

14. Amb l'ajut de la calculadora fes una taula de valors de la funció $y = \left(\dfrac{3}{5}\right)^x$ i representa-la gràficament.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	4,63	2,78	1,67	1	0,6	0,36	0,22



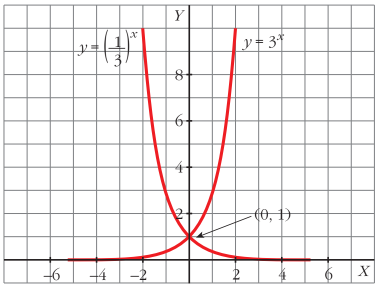
15. Representa la funció $y = \left(\dfrac{6}{5}\right)^x$. És creixent o decreixent?



És creixent.

16. Comprova que les gràfiques de $y = 3^x$ i $y = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ són simètriques respecte de l'eix *OY*.

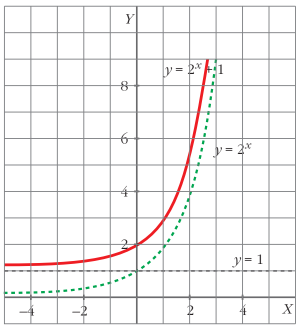
Representa-les en els mateixos eixos.



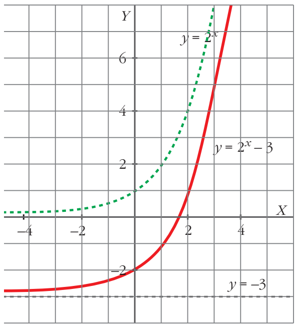
17. Representa les funcions: a) $y = 2^x + 1$; b) $y = 2^x - 3$.

Utilitza la gràfica de $y = 2^x$.

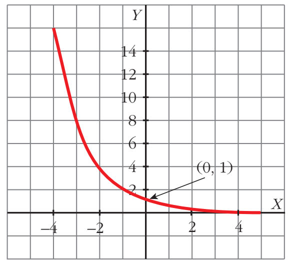
a)



b)



d)

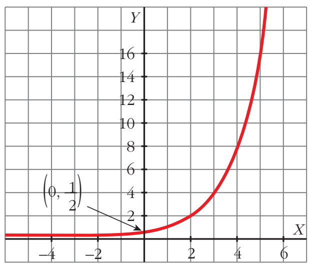


18. Representa les funcions següents:

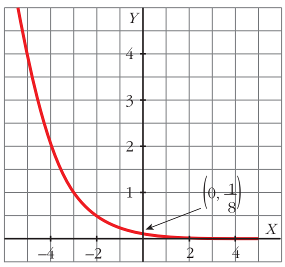
a) $y = 2^{x-1}$; **b)** $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3}$;

c) $y = 1 - 2^x$; **d)** $y = 2^{-x}$

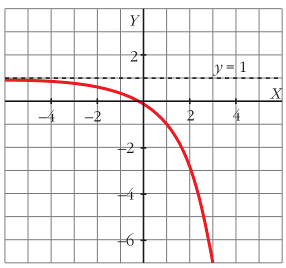
a)



b)



c)

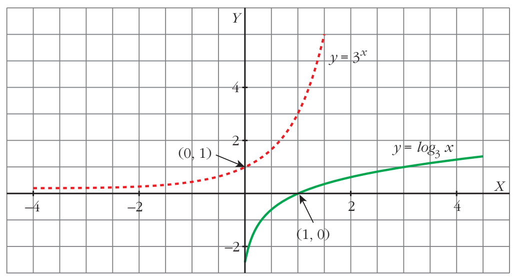


19. Fes una taula de valors de la funció $y = 3^x$. A partir d'aquesta, representa la funció $y = \log_3 x$.

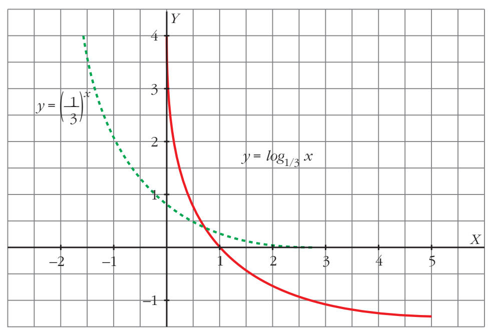
Si el punt (2, 9) pertany a $y = 3^x$, el punt (9, 2) pertanyerà a $y = \log_3 x$.

x	-2	-1	0	1	2
3^x	1/9	1/3	1	3	9

x	1/9	1/3	1	3	9
$\log_3 x$	-2	-1	0	1	2

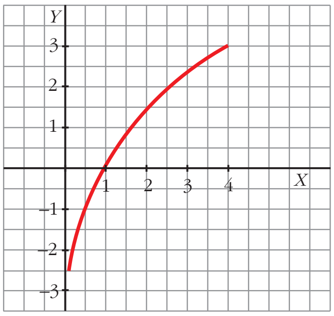


20. Representa la gràfica de $y = \log_{1/3} x$ a partir de la gràfica de $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.



21. Amb la calculadora fes una taula de valors de la funció $y = 5log\ x$ i representa-la gràficament.

x	1	2	3	4
$y = 5log\ x$	0	1,5	2,4	3



22. Representa la funció $y = 1 + ln\ x$.
**** Revisa l'exercici resolt 3.***

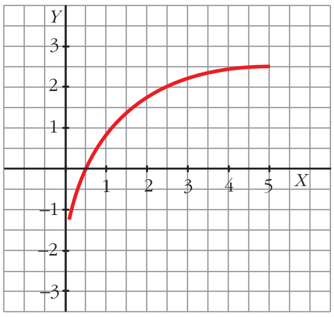
Domini: $(0, \infty)$

Passa pels punts $(1, 1)$ i $(e, 2)$

És creixent perquè $e > 1$

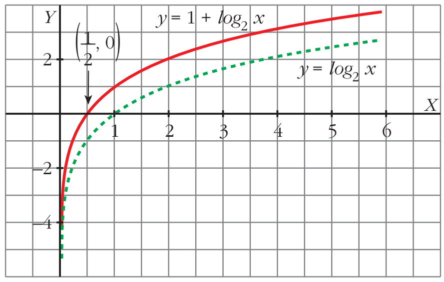
Taula de valors:

x	0,1	0,5	1	1,5	2	3	4	5
y	–1,3	0,3	1	1,4	1,7	2,1	2,4	2,6

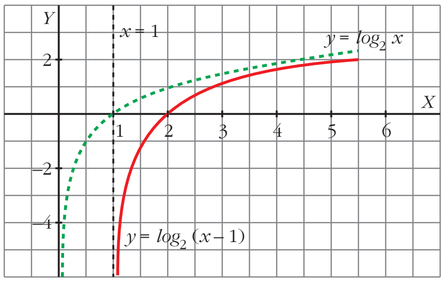


23. Representa aquestes funcions a partir de la gràfica de $y = log_2 x$:
a) $y = 1 + log_2 x$; b) $y = log_2(x - 1)$
En b), el domini és $(1, +\infty)$.

a) $y = 1 + log_2 x$

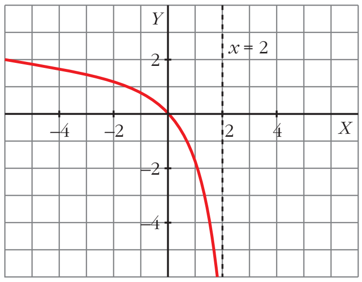


b) $y = log_2(x - 1)$



24. Quin és el domini d'aquesta funció? $y = log_2(2 - x)$? Representa-la.

Domini: $(-\infty, 2)$

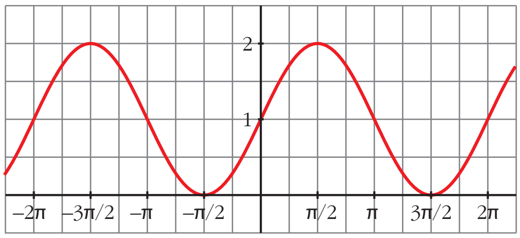


Pàgina 126

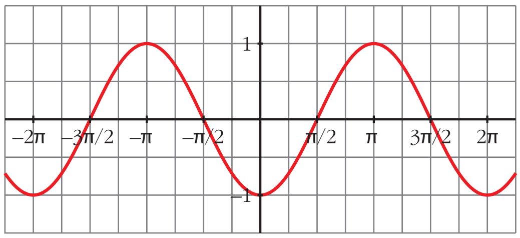
Funcions trigonomètriques

25. Representa les funcions:
a) $y = 1 + sin\ x$
b) $y = -cos\ x$

a)



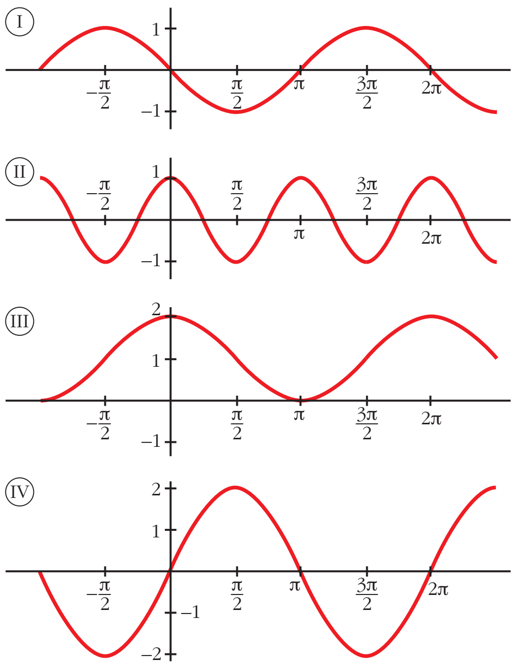
b)



26. Associa a cada una de les funcions següents la gràfica que li correspon:

a) $y = \cos 2x$ **b)** $y = -\sin x$

c) $y = 2\sin x$ **d)** $y = 1 + \cos x$

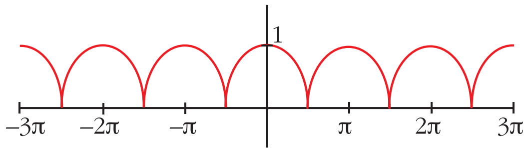


a) II b) I c) IV d) III

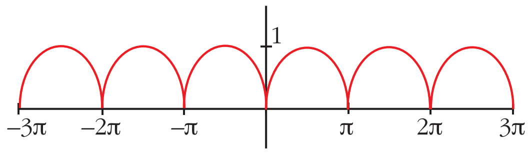
27. Representa les funcions següents:

a) $y = |\sin x|$ **b)** $y = |\cos x|$

a)



b)



28. Busca, en cada cas, els valors de x compresos entre 0 i 2π que verifiquin:

a) $\sin x = 0$ **b)** $\sin x = -1$

c) $\cos x = 1$ **d)** $\cos x = 0$

a) $x = 0, \pi, 2\pi$

b) $x = \dfrac{3\pi}{2}$

c) $x = 0, 2\pi$

d) $x = \dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}$

Per resoldre

29. La gràfica d'una funció exponencial del tipus $y = ka^x$ passa pels punts (0; 0,5) i (1; 1,7).

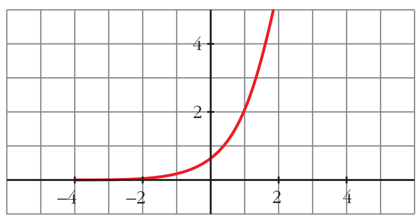
a) Calcula k i a.

b) Representa'n la funció.

a) $\left.\begin{array}{l} 0{,}5 = k \cdot a^0 \\ 1{,}7 = k \cdot a^1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 0{,}5 = k \\ 1{,}7 = k \cdot a \end{array} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} k = 0{,}5 \\ a = 3{,}4 \end{array}\right.$

La funció és $y = 0{,}5 \cdot (3{,}4)^x$

b)



30. S'anomena inflació la pèrdua de valor dels diners; és a dir, si un article que va costar 100 € al cap d'un any en costa 106, la inflació ha estat del 6 %. Suposant que la inflació es manté constant en el 6 % anual, quant costarà d'aquí a 5 anys una moto que avui costa 5 000 €?

$5\,000 \cdot (1{,}06)^5 \approx 6\,691{,}13$ euros

31. En el contracte de treball d'un empleat figura que el seu sou s'apujarà un 6 % anual.

a) Si comença guanyant 10 000 euros anuals, quants en guanyarà d'aquí a 10 anys?

b) Calcula quant de temps tardarà a duplicar-se-li el sou.

a) $10\,000 \cdot (1{,}06)^{10} \approx 17\,908{,}48$ euros

b) $1{,}06^x = 2 \Rightarrow x \approx 12$ anys tardarà a duplicar-se.

32. Se sap que la concentració d'un fàrmac en sang ve donada per $y = 100\,(0{,}94)^t$ (y en mil·ligrams, t en hores).

a) Quina n'és la dosi inicial?

b) Quina quantitat d'aquest fàrmac té el pacient al cap d'una hora? I al cap de tres hores?

c) Representa'n la funció.

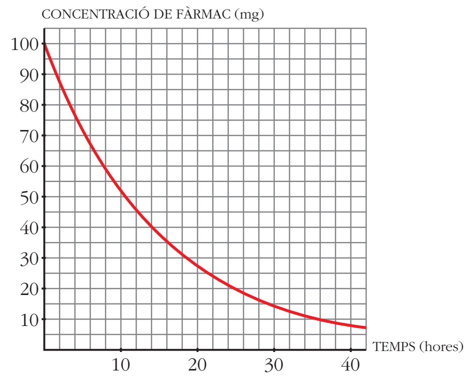
d) Si volem que la concentració no baixi de 60 mg, al cap de quant de temps n'hi haurem de tornar a injectar?

a) $t = 0 \rightarrow y = 100$ mg

b) $t = 1 \rightarrow y = 94$ mg en 1 hora

$t = 3 \rightarrow y = 83$ mg en 3 hores

c)



d) $100 \cdot (0{,}94)^t = 60$. $t \approx 8$ h 15 min

Al cap d'aproximadament 8 h 15 min.

33. Amb les funcions: $f(x) = x - 5$, $g(x) = \sqrt{x}$, $h(x) = \dfrac{1}{x+2}$ hem obtingut aquestes altres per composició:

$p(x) = \sqrt{x-5}$ $q(x) = \sqrt{x} - 5$ $r(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$

Explica com, a partir de f, g i h, es poden obtenir p, q i r.

$p = g \circ f \quad q = f \circ g \quad r = h \circ g$

34. Si $f(x) = 2^x$ i $g(x) = \log_2 x$, quina és la funció $(f \circ g)(x)$? I $(g \circ f)(x)$?

$(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x) = x$

35. Un cultiu de bacteris creix segons la funció $y = 1 + 2^{x/10}$ (y: milers de bacteris, x: hores).

a) Quants n'hi havia en el moment inicial?

b) I al cap de 10 hores?

c) Calcula quant de temps tardaran a duplicar-se.

a) $x = 0 \rightarrow y = 1 + 2^0 = 1 + 1 = 2 \rightarrow$ 2 000 bacteris

b) $x = 10 \rightarrow y = 1 + 2 = 3 \rightarrow$ 3 000 bacteris

c) $1 + 2^{x/10} = 4 \rightarrow x = \dfrac{10 \log 3}{\log 2} \approx 15{,}8$ h ≈ 16 h

Aproximadament, 16 hores.

Pàgina 127

36. De la funció exponencial $f(x) = ka^x$ coneixem $f(0) = 5$ i $f(3) = 40$. Quant valen k i a?

$f(0) = 5 \Rightarrow 5 = k$

$f(3) = 40 \Rightarrow 40 = 5 \cdot a^3 \Rightarrow a = 2$

La funció és $f(x) = 5 \cdot 2^x$

37. Troba la funció inversa de les funcions següents:

a) $y = 3 \cdot 2^{x-1}$; b) $y = 1 + 3^x$

a) $x = 3 \cdot 2^{y-1}$; $\frac{x}{3} = 2^{y-1}$; $log_2 \frac{x}{3} = y - 1$

$y = 1 + log_2 \frac{x}{3} \rightarrow f^{-1}(x) = 1 + log_2 \frac{x}{3}$

b) $x = 1 + 3^y$; $x - 1 = 3^y$; $log_3 (x-1) =$
$= y \rightarrow f^{-1}(x) = log_3 (x-1)$

38. Resol les equacions següents:

a) $2{,}3^x = 18$; b) $7 \cdot 3^x = 567$

c) $\frac{2^x}{3} = 7{,}5$; d) $4^{2x-1} = 0{,}25$

a) $x\ log\ 2{,}3 = log\ 18 \Rightarrow x = \frac{log\ 18}{log\ 2{,}3} = 3{,}47$

b) $3^x = \frac{567}{7} \Rightarrow 3^x = 81 \Rightarrow x = 4$

c) $2^x = 22{,}5 \Rightarrow x = \frac{log\ 22{,}5}{log\ 2} = 4{,}49$

d) $4^{2x-1} = 4^{-1} \Rightarrow 2x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0$

39. Resol les equacions següents:

a) $7^{x+2} = 823\,543$

b) $5^{5x-2} = 390\,625$

c) $3^x + 3^{x+2} = 39$

d) $10^{3+x} = 1$

a) $7^{x+2} = 7^7 \Rightarrow x + 2 = 7 \Rightarrow x = 5$

b) $5^{5x-2} = 5^8 \Rightarrow x = 2$

c) $3^x(1 + 9) = 39 \Rightarrow 3^x = 3{,}9 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{log\ 3{,}9}{log\ 3} = 1{,}24$

d) $3 + x = 0 \Rightarrow x = -3$

40. Calcula x en les equacions següents:

a) $log\ x = log\ 9 - log\ 4$

b) $ln\ x = 3\ ln\ 5$

c) $3 + 2\ log\ x = 5$

d) $\frac{1}{3} log_2\ x = -3$

a) $log\ x = log \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{9}{4}$

b) $ln\ x = ln\ 5^3 \Rightarrow x = 125$

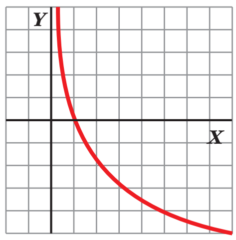
c) $log\ x = 1 \Rightarrow x = 10$

d) $log_2\ x = -9 \Rightarrow x = 2^{-9} = \frac{1}{512}$

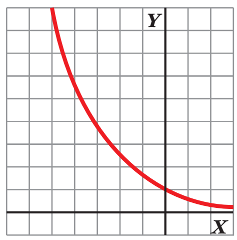
Qüestions teòriques

41. Aquestes gràfiques corresponen a funcions del tipus $y = a^x$, $y = log_a\ x$. Identifica-les i indica, en cada cas, si és $a > 1$ o $0 < a < 1$.

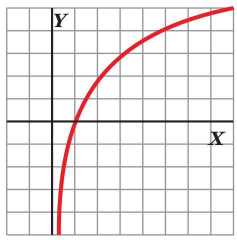
1)



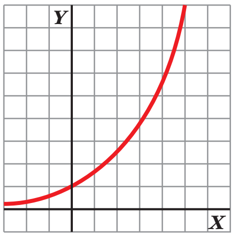
2)



3)



4)



1) $y = log_a\ x$, $0 < a < 1$; 2) $y = a^x$, $0 < a < 1$
3) $y = log_a\ x$, $a > 1$; 4) $y = a^x$, $a > 1$

42. Per a cada una de les funcions $y = a^x$ i $y = log_a\ x$, contesta:
a) Pot ser negativa la y?
b) Podem donar a x valors negatius?
Per a $y = a^x$: a) No. b) Sí.
Per a $y = log_a\ x$: a) Sí. b) No.

43. Les gràfiques de les funcions $y = a^x$ passen totes per un mateix punt. Quin és aquest punt?
(0, 1)

44. Per a quins valors de a la funció $y = a^x$ és creixent? Per a quins és decreixent?
Per $a > 1$ la funció $y = a^x$ és creixent.
Per $0 < a < 1$ la funció $y = a^x$ és decreixent.

45. Indica per a quins valors de a és creixent la funció $y = log_a\ x$. Per a quins és decreixent?
Per a $a > 1$ la funció $y = log_a\ x$ és creixent.
Per a $0 < a < 1$ la funció $y = log_a\ x$ és decreixent.

46. Les gràfiques de les funcions $y = log_a\ x$ tenen un punt en comú. Quin és?
(1, 0)

47. Per a quins valors de x es verifica $0 < a^x < 1$, essent $a > 1$?
$x < 0$

48. Per a cada una de les funcions $y = sin\ x$ i $y = cos\ x$, contesta:
a) Són funcions contínues?
b) Quin n'és el període?
c) Entre quins valors estan afitades?
d) Per a quins valors de x és $sin\ x < 0$? I $cos\ x < 0$?
a) Sí.
b) 2π.
c) Entre -1 i 1.
d) Entre 0 i 2π: $sin\ x < 0$ per a $x \in (\pi, 2\pi)$
$cos\ x < 0$ per a $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

Per aprofundir

49. Les equacions exponencials següents tenen solucions enteres.
Troba-les:
a) $2^{x^2+1} = 32$; b) $3^{2x-5} = 2\,187$
c) $\sqrt{7^x} = \frac{1}{49}$; d) $(0{,}5)^x = 16$

a) $2^{x^2+1} = 2^5 \Rightarrow x^2 + 1 = 5 \Rightarrow x_1 = 2$, $x_2 = -2$
b) $3^{2x-5} = 3^7 \Rightarrow 2x - 5 = 7 \Rightarrow x = 6$
c) $7^{x/2} = 7^{-2} \Rightarrow \frac{x}{2} = -2 \Rightarrow x = -4$
d) $2^{-x} = 2^4 \Rightarrow x = -4$

50. Resol mitjançant un canvi de variable:
a) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$
b) $3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2} = 21$
c) $3^x - 3^{-x} = \frac{728}{27}$

a) $2^x = z$; $z^2 - 5z + 4 = 0$; $z_1 = 4$,
$z_2 = 1 \Rightarrow x_1 = 2$, $x_2 = 0$

b) $3^x = z$; $z - \frac{z}{3} + \frac{z}{9} = 21 \Rightarrow z = 27 \Rightarrow$
$\Rightarrow x = 3$

c) $3^x = z$; $z - \frac{1}{z} = \frac{728}{27} \Rightarrow z^2 - 1 =$
$= \frac{728}{27}z \Rightarrow 27z^2 - 728z - 27 = 0$
$z_1 = 27 \Rightarrow x_1 = 3$; $z_2 = -\frac{2}{54}$ (no val)

51. Resol els sistemes d'equacions següents:

a) $\begin{cases} 3^x + 3^y = 90 \\ 3^{x+y} = 729 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 7^{x+y} = 49^3 \\ 7^{x-y} = 49 \end{cases}$

a) $\left.\begin{cases} 3^x + 3^y = 90 \\ 3^x \cdot 3^y = 729 \end{cases}\right\}$ Canvi: $3^x = a$; $3^y = b$

$\left.\begin{array}{l} a + b = 90 \\ a \cdot b = 729 \end{array}\right\}$ $b = 90 - a$
$a(90 - a) = 729$; $90a - a^2 = 729$

$a^2 - 90a + 729 = 0$; $a \begin{cases} 9 \rightarrow b = 81 \\ 81 \rightarrow b = 9 \end{cases}$

Solucions: $\begin{cases} x_1 = 2; \ y_1 = 4 \\ x_2 = 4; \ y_2 = 2 \end{cases}$

b) $\left.\begin{array}{l} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 2 \end{array}$

52. Resol les equacions següents:

a) $\boldsymbol{log_2 x + log_2 50 = 1}$

b) $\boldsymbol{log\frac{x}{2} = log\ 18 - log\ x}$

a) $log_2(50x) = 1 \Rightarrow 50x = 2 \Rightarrow$
$\Rightarrow x = \frac{1}{25} = 0{,}04$

b) $log\frac{x}{2} = log\frac{18}{x} \Rightarrow \frac{18}{x} = \frac{x}{2} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow$
$\Rightarrow x = 6$ ($x = -6$ no val)

53. Resol els sistemes d'equacions següents:

a) $\begin{cases} log\ x + log\ y = 3 \\ log\ x - log\ y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} log\ x + log\ y = 3 \\ x - y = 90 \end{cases}$

a) Sumant les dues equacions:
$2\ log\ x = 4 \Rightarrow log\ x = 2 \Rightarrow x = 100$
$log\ y = 1 \Rightarrow y = 10$

Solució: $\begin{cases} x = 100 \\ y = 10 \end{cases}$

b) $x = 90 + y$
$log\ (xy) = 3 \Rightarrow xy = 1\,000$
$(90 + y)y = 1\,000$; $90y + y^2 = 1\,000$;
$y^2 + 90y - 1\,000 = 0$

$y = \begin{cases} 10 \rightarrow x = 100 \\ -100 \text{ (no val)} \end{cases}$

Solució: $\begin{cases} x = 100 \\ y = 10 \end{cases}$