

UNITAT DIDÀCTICA 8

ESTADÍSTICA

Pàgina 186

Reflexiona i resol

La quantitat d'informació disponible sol ser enorme

Sens dubte coneixes el cens municipal que es confecciona, periòdicament, cada pocs anys. Si no és així, informa-te'n. S'hi demanen dades de cada habitatge relatives a la casa, a la unitat familiar que l'habita i a cada un dels membres que la componen.

Intenta recordar (o esbrinar) algunes de les dades que es pregunten en el cens de la teva localitat.

Imagina quines altres coses preguntaries si tu fossis l'encarregat de realitzar el cens. Per exemple: domicili, estudis realitzats, any de naixement...

Pàgina 191

1. Reparteix les 80 dades de l'exercici resolt anterior en 11 intervals de longitud 9. Són vàlids l'origen del primer i l'extrem de l'últim.

Intervals	Marques de classe	Freq.
[58,5 - 67,5)	63	4
[67,5 - 76,5)	72	8
[76,5 - 85,5)	81	8
[85,5 - 94,5)	90	9
[94,5 - 103,5)	99	8
[103,5 - 112,5)	108	10
[112,5 - 121,5)	117	12
[121,5 - 130,5)	126	7
[130,5 - 139,5)	135	7
[139,5 - 148,5)	144	4
[148,5 - 157,5)	153	3

2. Reparteix les 80 dades de l'exercici anterior en el tram 57,5 – 157,5 dividint-lo en 10 intervals de 10 unitats cada un.

Intervals	Marques de classe	Freq.
[57,5 - 67,5)	62,5	4
[67,5 - 77,5)	72,5	9
[77,5 - 87,5)	82,5	9
[87,5 - 97,5)	92,5	9
[97,5 - 107,5)	102,5	12
[107,5 - 117,5)	112,5	11
[117,5 - 127,5)	122,5	10
[127,5 - 137,5)	132,5	7
[137,5 - 147,5)	142,5	6
[147,5 - 157,5)	152,5	3

ESTADÍSTICA

Pàgina 193

3. Calcula \bar{x} i σ en aquesta distribució: «temps que empren en anar de casa seva a l'escola un grup d'alumnes». (Recorda: a l'interval (0, 5] correspon el valor 2,5...).

TEMPS (min)	NRE. D'ALUMNES
(0, 5]	2
(5, 10]	11
(10, 15]	13
(15, 20]	6
(20, 25]	3
(25, 30]	1

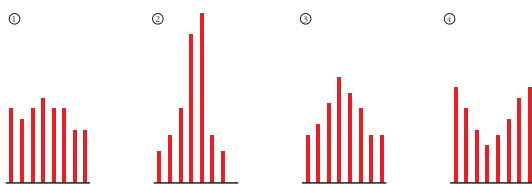
x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i x_i^2$
2,5	2	5	12,5
7,5	11	82,5	618,75
12,5	13	162,5	2031,25
17,5	6	105	1837,5
22,5	3	67,5	1518,75
27,5	1	27,5	756,25
	36	450	6775

$$\left[\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{450}{36} = 12,5 \right]$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \frac{6775}{36} - 12,5^2 = 31,9$$

$$[\sigma = \sqrt{31,9} = 5,6]$$

4. Compara les desviacions típiques de les distribucions 1, 2, 3 i 4.



En comparar-ne dues, en cas de dubte, pregunta't: què he de fer a aquesta perquè s'assembli a l'altra? Per exemple, perquè la ① s'assembli a la ②, hem de fer més petites les columnes extremes i augmentar la columna central. Per tant, la ① és més dispersa que la ②.

De menor a major desviació típica, s'ordenarien de la manera següent: 2, 3, 1, 4.

Pàgina 194

5. Calcula Q_1 , Me , Q_3 i P_{40} en la distribució 2, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 10, 10.

$$14 : 4 = 3,5$$

$$3,5 \rightarrow \text{individu } 4^t$$

$$3,5 \cdot 2 \rightarrow \text{individu } 7^è$$

$$3,5 \cdot 3 \rightarrow \text{individu } 11^è$$

$$Q_1 = 3 \quad Me = 6 \quad Q_3 = 8$$

$$P_{40} = 14 \cdot \frac{40}{100} = 5,6 \rightarrow \text{individu } 6^è \rightarrow$$

$$\rightarrow P_{40} = 6$$

Pàgina 195

6. En la distribució de notes següent, troba Me , Q_1 , Q_3 , p_{80} , p_{90} i p_{99} .

Notes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nre. d'alumnes	7	15	41	52	104	69	26	13	19	14

$$Me = p_{50} = 5; \quad Q_1 = p_{25} = 4; \quad Q_3 = p_{75} = 6;$$

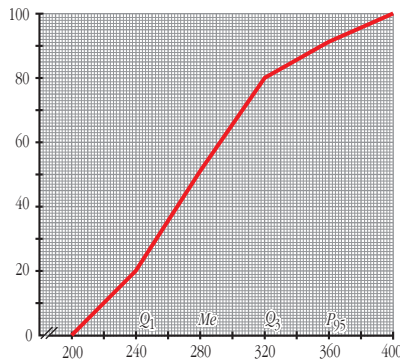
$$p_{80} = 6,5; \quad p_{90} = 8; \quad p_{99} = 10$$

Pàgina 196

7. Obtén la distribució de freqüències acumulades i representa el polígon corresponent, relatiu a les dades de la taula següent:

Intervals	200-240	240-280	280-320	320-360	360-400
Freqüències	57	82	73	31	15

Extrems	F_i	en %
200	0	0
240	57	22,09
280	139	53,88
320	212	82,17
360	243	94,19
400	258	100



Pàgina 197

8. Troba gràficament i numèricament Q_1 , Me , Q_3 i p_{90} en la distribució de l'exercici proposat en la pàgina anterior.

$$Q_1 = 243,66\%; \quad Me = 275,12$$

$$Q_3 = 309,86\%; \quad p_{90} = 346,06$$

Pàgina 202

Per resoldre

9. Volem fer una taula amb dades agrupades a partir de 384 dades, els valors extrems de la qual són 19 i 187.

a) Si volem que siguin 10 intervals d'amplitud 17, quins seran aquests intervals?

b) Fes una altra distribució en 12 intervals de l'amplitud que creguis convenient.

a) [18, 35); [35, 52); [52, 69); [69, 86); [86, 103); [103, 120); [120, 137); [137, 154); [154, 171); [171, 188].

b) Amplitud = 14: [19, 33); [33, 47); [47, 61); [61, 75); [75, 89); [89, 103); [103, 117); [117, 131); [131, 145); [145, 159); [159, 173); [173, 187].

10. L'alçada, en centímetres, d'un grup d'alumnes d'una mateixa classe és: 150, 169, 171, 172, 172, 175, 181, 182, 183, 177, 179, 176, 184, 158

Calcula'n la mediana i els quartils i explica el significat d'aquests paràmetres.

$Me = 175,5$. És el valor que deixa per sota d'ell al 50% de la població; i, per sobre, a l'altre 50%.

$Q_1 = 171$. És el valor que deixa per sota d'ell al 25% de la població; i, per sobre, al 75%.

$Q_3 = 181$. És el valor que deixa per sota al 75% de la població; i, per sobre, al 25%.

11. Les despeses mensuals d'una empresa A tenen una mitjana de 100 000 euros i una desviació típica de 12 500 euros. En una altra empresa B la mitjana és de 15 000 euros i la desviació típica de 2 500

ESTADÍSTICA

euros. Calcula'n el coeficient de variació i digues quina de les dues té més variació relativa.

$$CV(A) = \frac{\sigma_A}{\bar{x}_B} \cdot 100 = 12,5\%$$

$$CV(B) = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} \cdot 100 = 16,67\%$$

Té una variació relativa més gran la B.

12. El pes mitjà dels alumnes d'una classe és 58,2 kg i la desviació típica 3,1 kg. El de les alumnes d'aquesta classe és 52,4 kg i la desviació típica és 5,1 kg. Calcula'n el coeficient de variació i compara la dispersió d'ambdós grups.

$$CV(\text{nois}) = \frac{3,1}{58,2} \cdot 100 = 5,33\%$$

$$CV(\text{noies}) = \frac{5,1}{52,4} \cdot 100 = 9,73\%$$

Hi ha una major dispersió en el pes de les alumnes.

13. Un dentista observa el nombre de càries en cada un dels 100 infants d'un col·legi i n'obté els resultats resumits en aquesta taula:

Nombre de càries	0	1	2	3	4
Freqüència absoluta	25	20	y	15	x
Freqüència relativa	0,25	0,2	z	0,15	0,05

a) Completa la taula obtenint x, y, z.

b) Calcula el nombre mitjà de càries.

a) Com que la suma de les freqüències relatives és igual a 1, tenim que:

$$0,25 + 0,2 + z + 0,15 + 0,05 = 1 \Rightarrow z = 0,35$$

Així mateix, sabem que $n = 100$ i que:

$$\text{freqüència relativa} = \frac{\text{freqüència absoluta}}{n}$$

$$\text{d'on: } z = \frac{y}{100} \Rightarrow 0,35 = \frac{y}{100} \Rightarrow y =$$

$$= 35 \Rightarrow 0,05 = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 5$$

Per tant: $x = 5$, $y = 35$, $z = 0,35$.

b) $\bar{x} = 1,55$ càries per terme mitjà.

14. En una població de 25 famílies s'ha observat la variable $X =$ «nombre de cotxes que té la família» i s'hi han obtingut les dades següents:

0, 1, 2, 3, 1 0, 1, 1, 1, 4 3, 2, 2, 1, 1
2, 2, 1, 1, 1 2, 1, 3, 2, 1

a) Construeix la taula de freqüències de la distribució X.

b) Fes-ne el diagrama de barres.

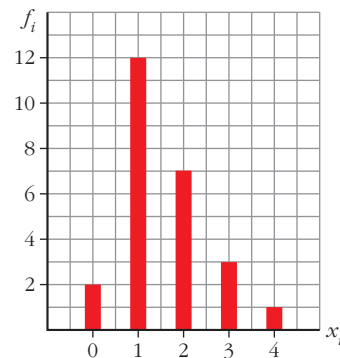
c) Calcula'n la mitjana i la desviació típica.

d) Troba'n la mediana i els quartils.

a)

x_i	f_i
0	2
1	12
2	7
3	3
4	1
	25

b)



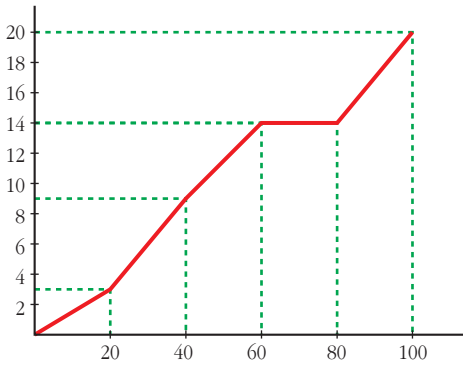
c) $\bar{x} = 1,56$;

$\sigma = 0,94$

ESTADÍSTICA

d) $Me = 1$
 $Q_1 = 1; Q_3 = 2$

15. Aquest és el polígon de freqüències acumulades corresponent a una distribució de dades agrupades en intervals.



- a) Escriu la taula de freqüències absolutes.
- b) Calcula la mitjana i la desviació típica de la distribució.

a)

Interval	f_i
[0, 20)	3
[20, 40)	6
[40, 60)	5
[60, 80)	0
[80, 100)	6
	20

b) $\bar{x} = 50; \sigma = 28,98$

16. Completa la taula estadística següent, en què f , F i fr representen, respectivament, la freqüència absoluta, la freqüència absoluta acumulada i la freqüència relativa.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
f	4	4	8	7	5	10	7	5
F	4	8	16	23	28	38	45	50
fr	0,08	0,08	0,16	0,14	0,10	0,20	0,14	0,10

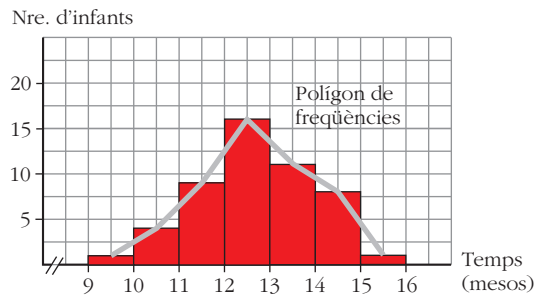
Recorda que $fr = f/n$ i calcula n .
 $n = 50$

17. Observa aquesta taula sobre l'edat d'alguns nens i nenes en el moment de caminar:

Temps (mesos)	9	10	11	12	13	14	15
Nre. d'infants	1	4	9	16	11	8	1

- a) Dibuixa'n el polígon de freqüències.
- b) Calcula'n la mitjana i la desviació típica.
- c) Quin és l'interval mitjà?
9 mesos és l'interval que va des que es compleixen 9 mesos fins al dia abans de complir 10 mesos.

a)



- b) $\bar{x} = 12,2; \sigma = 1,30$
- c) [12, 13)

Pàgina 203

18. En una maternitat s'han pres els pesos (en kg) de 50 nounats:

2,8 3,2 3,8 2,5 2,7 3,7 1,9 2,6 3,5 2,3
 3,0 2,6 1,8 3,3 2,9 2,1 3,4 2,8 3,1 3,9
 2,9 3,5 3,0 3,1 2,2 3,4 2,5 1,9 3,0 2,9
 2,4 3,4 2,0 2,6 3,1 2,3 3,5 2,9 3,0 2,7
 2,9 2,8 2,7 3,1 3,0 3,1 2,8 2,6 2,9 3,3

- a) Construeix una taula amb les dades agrupades en 6 intervals d'amplitud 0,4 kg.
- b) Representa gràficament aquesta distribució.

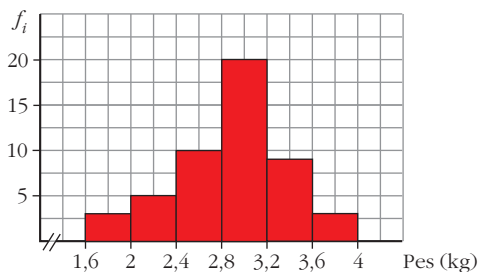
ESTADÍSTICA

c) Calcula'n la mitjana i la desviació típica.

a)

Intervals	Freqüències
[1,6; 2)	3
[2; 2,4)	5
[2,4; 2,8)	10
[2,8; 3,2)	20
[3,2; 3,6)	9
[3,6; 4)	3
	50

b)



c) $\bar{x} = 2,89$; $\sigma = 0,49$

19. En una fàbrica s'ha mesurat la longitud de 1 000 peces de les mateixes característiques i s'hi han obtingut aquestes dades:

Longitud (en mm)	Nombre de peces
67,5-72,5	5
72,5-77,5	95
77,5-82,5	790
82,5-87,5	100
87,5-92,5	10

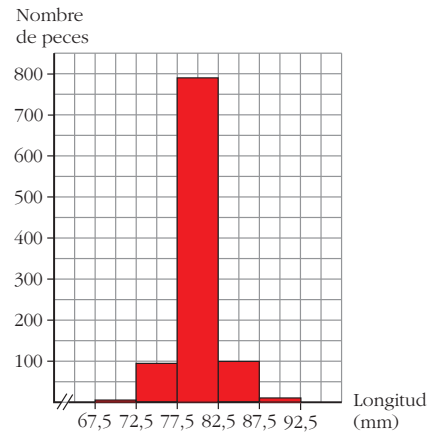
a) Representa'n l'histograma corresponent.

b) Es consideren acceptables les peces la longitud de les quals està en l'interval [75, 86]. Quin és el percentatge de peces defectuoses?

Del segon interval, en caldrà rebutjar les que mesuren entre 72,5 i 75. Calcula quin

tant per cent de l'amplitud representa la diferència 75-72,5 i troba el percentatge de la freqüència corresponent. Procedeix anàlogament en el quart interval.

a)



b) En l'interval 72,5-77,5:

$$75 - 72,5 = 2,5 \rightarrow \frac{95 \cdot 2,5}{5} = 47,5 \text{ peces defectuoses}$$

En l'interval 82,5-87,5:

$$87,5 - 86 = 1,5 \rightarrow \frac{100 \cdot 1,5}{5} = 30 \text{ peces defectuoses}$$

En total, el nombre de peces defectuoses serà: $5 + 47,5 + 30 + 10 = 92,52$, que representa el 9,25% del total.

20. S'ha passat un test de 80 preguntes a 600 persones. El nombre de respostes correctes es reflecteix en la taula següent:

Respostes correctes	Nombre de persones
[0, 10)	40
[10, 20)	60
[20, 30)	75
[30, 40)	90
[40, 50)	105
[50, 60)	85
[60, 70)	80
[70, 80)	65

ESTADÍSTICA

a) Calcula'n la mediana, els quartils i els percentils 20 i 85.

b) Quin és el percentil d'una persona que té 65 respostes correctes?

a) Fem les taules de freqüències:

Intervals	f_i	en %
[0, 10)	40	6,67
[10, 20)	60	10
[20, 30)	75	12,5
[30, 40)	90	15
[40, 50)	105	17,5
[50, 60)	85	14,17
[60, 70)	80	13,33
[70, 80)	65	10,83
	600	100

Extremes	f_{aci}	en %
0	0	0
10	40	6,67
20	100	16,67
30	175	29,17
40	265	44,17
50	370	61,67
60	455	75,83
70	535	89,17
80	600	100

$$Me = 40 + \frac{50 - 44,17}{17,5} \cdot (50 - 40) = 43,33$$

$$Q_1 = 20 + \frac{25 - 16,67}{12,5} \cdot (30 - 20) = 26,66$$

$$Q_3 = 50 + \frac{75 - 61,67}{14,17} \cdot (60 - 50) = 59,41$$

$$P_{20} = 20 + \frac{20 - 16,67}{12,5} \cdot (30 - 20) = 22,66$$

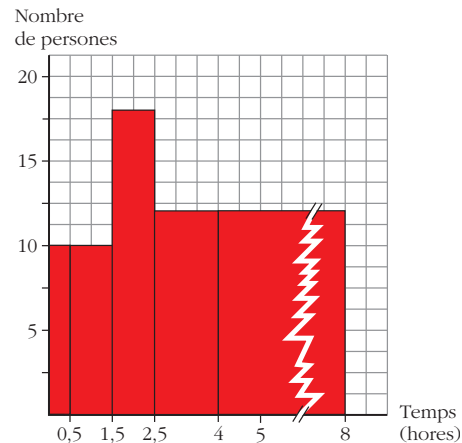
$$P_{85} = 60 + \frac{85 - 75,83}{13,33} \cdot (70 - 60) = 66,88$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 65 &= 60 + \frac{k - 75,83}{13,33} \cdot (70 - 60) \Rightarrow \\ \Rightarrow k &= 82,5 \end{aligned}$$

21. En preguntar a un grup de persones quant de temps van dedicar a mirar la televisió durant un cap de setmana, es van obtenir aquests resultats:

Temps (en hores)	Nombre de persones
[0; 0,5)	10
[0,5; 1,5)	10
[1,5; 2,5)	18
[2,5; 4)	12
[4; 8)	12

Dibuixa'n l'histograma corresponent i troba la mitjana i la desviació típica.



$$\bar{x} = 2,57; \quad \sigma = 1,93$$

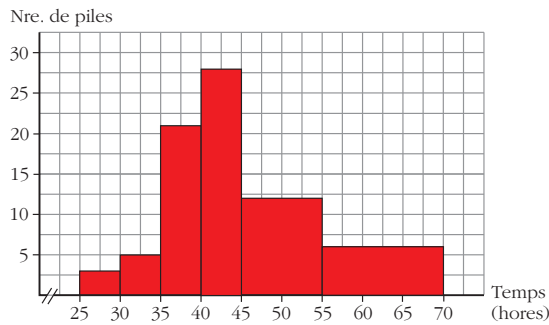
22. D'una mostra de 75 piles elèctriques, se n'han obtingut aquestes dades sobre la durada:

Temps (en hores)	Nombre de piles
[25, 30)	3
[30, 35)	5
[35, 40)	21
[40, 45)	28
[45, 55)	12
[55, 70)	6

ESTADÍSTICA

- a) Representa'n les dades gràficament.
 b) Calcula'n la mitjana i la desviació típica.
 c) Quin percentatge de piles hi ha en l'interval $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$?

a)



- b) $\bar{x} = 42,63$; $\sigma = 7,98$
 c) $\bar{x} - \sigma = 34,65$; $\bar{x} + \sigma = 50,61$

En l'interval $[30, 35)$:

$$35 - 34,65 = 0,35 \rightarrow \frac{0,35 \cdot 5}{5} = 0,35$$

En l'interval $[45, 55)$:

$$50,61 - 45 = 5,61 \rightarrow \frac{5,61 \cdot 12}{10} = 6,73$$

En total:

$$0,35 + 21 + 28 + 6,73 = 56,08$$

Per tant, en l'interval $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$ hi ha

$$\text{un } \frac{56,08}{75} \cdot 100 = 74,77\% \text{ del total de piles.}$$

23. En el procés de fabricació d'un vi, s'hi afegeix un compost químic. S'ha comprovat la concentració d'aquest compost en una partida de 200 ampolles i s'han obtingut les dades de la taula.

Concent. (mg/l)	Nombre d'ampolles
[20; 20,2)	15
[20,2; 20,4)	38
[20,4; 20,6)	76
[20,6; 20,8)	57
[20,8; 21)	14

a) Calcula'n la mitjana i la desviació típica.

b) S'estima que el vi no s'ha de consumir si la concentració d'aquest compost és superior a 20,9 mg/l.

Segons això, quin percentatge d'ampolles no és adequat per al consum?

a) $\bar{x} = 20,517$; $\sigma = 0,204$

b) $\frac{7}{200} = 0,035 \rightarrow$ El 3,5 % no és adequat per al consum.

Pàgina 204

24. Aquestes taules recullen la freqüència de cada signe a les travesses durant les 20 primeres jornades:

a) Calcula el nombre mitjà d'uns, el d'ics i el de dosos.

b) Calcula la desviació típica per a cada cas de l'apartat anterior.

c) Calcula els intervals $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$ i $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$ i obtén la proporció de dades que hi ha per a cada signe.

1	X	2
4	4	6
9	3	2
11	2	1
10	2	2
8	4	2
9	4	1
10	4	0
8	4	2
9	5	0
5	6	3

1	X	2
9	3	2
5	6	3
7	5	2
4	9	1
7	3	4
6	4	4
8	2	4
6	7	1
7	4	3
7	5	2

a) El nombre mitjà d'uns és 7,45; el d'ics és 4,3 i el de dosos és 2,25.

b) La desviació típica d'uns és $\sigma_1 = 1,96$; la d'ics és $\sigma_x = 1,70$ i la de dosos és $\sigma_2 = 1,44$.

ESTADÍSTICA

c) Intervalls per a:

Els uns $\rightarrow (5,49; 9,41); (3,53; 11,37)$

Les ics $\rightarrow (2,6; 6); (0,9; 7,7)$

Els dosos $\rightarrow (0,81; 3,69); (-0,63; 5,13)$

La proporció d'uns que hi ha:

En $(5,49; 9,41)$ és $\frac{20}{20} = 0,65$ i en

$(3,53; 11,37)$ és $\frac{13}{20} = 1$.

La proporció d'ics que hi ha:

En $(2,6; 6)$ és $\frac{13}{20} = 0,65$ i en $(0,9; 7,7)$

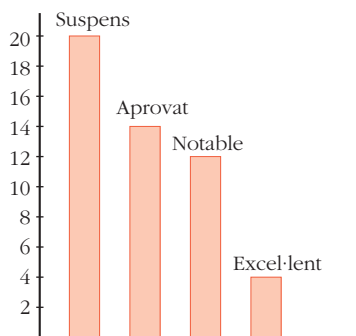
és $\frac{19}{20} = 0,95$.

La proporció de dosos que hi ha:

En $(0,81; 3,69)$ és $\frac{14}{20} = 0,7$ i en

$(-0,63; 5,13)$ és $\frac{19}{20} = 0,95$.

25. Aquest diagrama de barres mostra les qualificacions obtingudes per un grup de 50 estudiants:



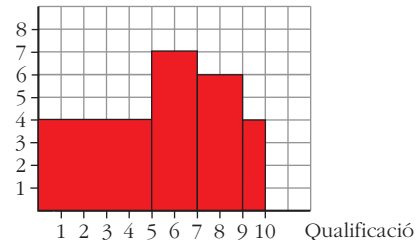
a) Construeix l'histograma corresponent a les qualificacions numèriques tenint en compte les equivalències següents: Suspens, $[0, 5)$; Aprovat, $[5, 7)$; Notable, $[7, 9)$; Excel·lent, $[9, 10)$.

b) Calcula'n la qualificació mitjana.

Tingues en compte que els intervals no

tenen la mateixa amplitud i que les àrees dels rectangles han de ser proporcionals a les freqüències.

a)



b) $\bar{x} = 5,36$

26. La nota mitjana dels aprovats en un examen de matemàtiques ha estat 6,8 i la dels suspesos, 3,5. Calcula la nota mitjana de la classe sabent que hi va haver 35 aprovats i 15 suspesos.

$$\left. \begin{array}{l} 6,8 \cdot 35 = 238 \\ 3,5 \cdot 15 = 52,5 \end{array} \right\} 238 + 52,5 = 290,5$$

$$290,5 : (35 + 15) = 290,5 : 50 = 5,81$$

27. L'estatura mitjana dels 38 alumnes d'una classe és de 168 cm. Les noies, que en són 17, mesuren 162 cm de mitjana. Calcula l'estatura mitjana dels nois.

$$\left. \begin{array}{l} 17 \cdot 162 = 2754 \\ 38 \cdot 168 = 6384 \end{array} \right\} 6384 - 2754 = 3630$$

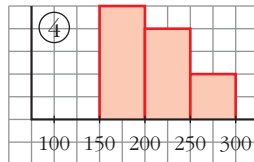
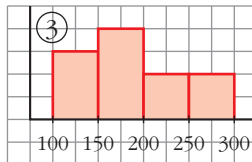
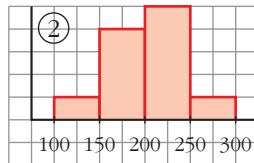
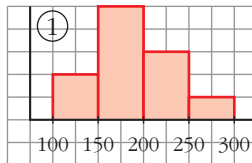
$$3630 : (38 - 17) = 3630 : 21 = 172,85 \text{ cm}$$

28. S'ha mesurat el nivell de colesterol en quatre grups de persones sotmeses a dietes diferents. Les mitjanes i les desviacions típiques són les que figuren en aquesta taula:

Dieta	A	B	C	D
\bar{x}	211,3	188,6	202,2	185
σ	37,4	52,6	39,1	43,6

ESTADÍSTICA

Les gràfiques, no respectivament, són



Associa amb cada dieta la gràfica que hi correspon.

A \rightarrow 4; B \rightarrow 3; C \rightarrow 2; D \rightarrow 1

Qüestions teòriques

29. Justifica que la suma de les freqüències relatives és sempre igual a 1.

$$\sum fr_i = \sum \frac{f_i}{n} = \frac{1}{n} \sum f_i = \frac{1}{n} \cdot n = 1$$

30. En la distribució de les notes d'un examen el primer quartil va ser 4. Què significa això?

Un 25% va quedar per sota de 4.

31. Completa la taula d'aquesta distribució en què sabem que la mitjana és 2,7.

x_i	1	2	3	4
f_i	3	...	7	5

$$\frac{3 \cdot 1 + f_2 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 5 \cdot 4}{3 + f_2 + 7 + 5} = 2,7$$

$$= \frac{44 + 2f_2}{15 + f_2} \cdot 2,7 \Rightarrow 44 + 2f_2 =$$

$$= 40,5 + 2,7 f_2 \Rightarrow 3,5 = 0,7 f_2 \Rightarrow f_2 = 5$$

Per tant la taula queda:

x_i	1	2	3	4
f_i	3	5	7	5

Pàgina 205

32. A cada sala d'una cadena de cinemes, un dia qualsevol, hi van assistir 200, 500, 300 i 1 000 persones.

a) Calcula la desviació típica del nombre d'assistents.

b) Si el dia de l'espectador acudeixen 50 persones més a cada sala, quin efecte tindrà sobre la desviació típica?

c) Calcula el coeficient de variació en els dos casos i compara'n els resultats.

a) $\sigma = 308,22$

b) La dispersió és la mateixa (encara que la mitjana augmenta en 50 unitats).

c) $CV_1 = \frac{308,22}{500} \cdot 100 = 61,64\%$

$$CV_2 = \frac{308,22}{550} \cdot 100 = 56,04\%$$

La variació relativa és menor en el segon cas.

33. Si a totes les dades d'una distribució sumem un mateix nombre, què li passa a la mitjana? I a la desviació típica? I si multipliquem totes les dades per un mateix nombre?

Si sumem a totes les dades un mateix número, la mitjana queda sumada amb aquest mateix número i la desviació típica no varia.

Si multipliquem totes les dades per un mateix número, la mitjana queda multiplicada per aquest mateix número i la desviació típica també.

34. Dues distribucions estadístiques, A i B, tenen la mateixa desviació típica.

a) Si la mitjana de A és més gran que la de B, quina té un coeficient de variació més gran?

ESTADÍSTICA

b) Si la mitjana de A és doble que la de B , com en seran els coeficients de variació?

a) B .

b) El coeficient de variació de A és la meitat que el de B .

35. Demuestra que $\frac{\sum(ax_i + b)}{n} = a\bar{x} + b$.

Per a això, fes:

$$\begin{aligned}\frac{\sum(ax_i + b)}{n} &= \frac{\sum ax_i}{n} + \frac{\sum b}{n} = \\ &= \frac{ax_1 + \dots + ax_n}{n} + \frac{b + \dots + b}{n} \\ \frac{\sum(ax_i + b)}{n} &= \frac{\sum ax_i}{n} + \frac{\sum b}{n} = \frac{\sum ax_i}{n} + \frac{nb}{n} =\end{aligned}$$

a $\bar{x} + b$

36. Per demostrar que $\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$ fem:

$$\begin{aligned}\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} &= \frac{\sum(x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)}{n} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \\ \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{\sum x_i^2}{n} - 2\bar{x}^2 + \frac{\sum \bar{x}^2}{n} &\stackrel{\textcircled{2}}{=} \frac{\sum x_i^2}{n} - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2 = \\ &= \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2\end{aligned}$$

Justifica les igualtats $\textcircled{1}$ i $\textcircled{2}$.

1) Descomponem en sumands, traiem \bar{x} factor comú en el segon sumand i tenim

en compte que $\frac{\sum x_i}{n} = \bar{x}$.

2) $\sum \bar{x}^2 = n \cdot \bar{x}^2$

Per pensar una mica més

37. A l'Eva la inviten a la festa que se celebrarà al Club dels Rossos el pròxim dissabte. Encara no sap si hi anirà o no, però fa indagacions i esbrina que, entre

els rossos, la probabilitat que un d'ells sigui DIVERTIT és més gran si porta barba que si va afaitat.

(1) ROSSOS: $P[\text{DIVER./BARBA}] > P[\text{DIVER./AFAITAT}]$ (*)

Decideix que, si va a la festa, lligarà amb un noi amb barba.

Mentre està en aquestes reflexions la cri-den del Club dels morens per invitar-la a una festa a la mateixa hora. Fa indagacions i arriba a conclusions semblants:

(2) MORENS: $P[\text{DIVER./BARBA}] > P[\text{DIVER./AFAITAT}]$

Encara no sap a quina de les dues festes anirà, però té clar que, vagi a la que vagi, lligarà amb un noi amb barba.

Una hora abans de començar les festes rep una nova trucada telefònica que l'adverteix que Rossos i Morens s'han posat d'acord i fan una sola festa.

Revisant les seves notes, l'Eva descobreix amb sorpresa que en el conjunt de tots ells les coses canvien radicalment.

(3) ROSSOS + MORENS: $P[\text{DIVERTIT/BARBA}] < P[\text{DIVERTIT/AFAITAT}]$

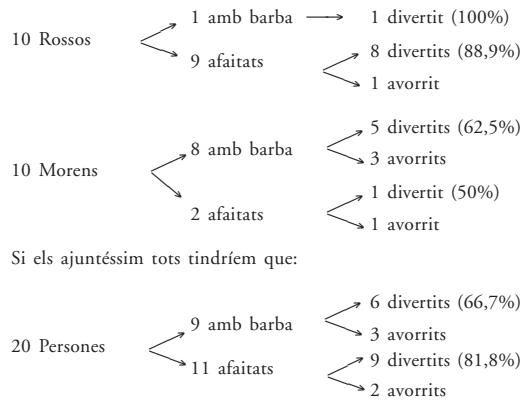
Per tant, haurà de canviar la seva estratègia i lligar amb un noi que vagi afaitat. Com és possible que sigui així? Per explicar-ho, inventa uns nombres per a dues taules com aquesta, una per a ROSSOS i una altra per a MORENS, de manera que en la primera es compleixi (1), en la segona (2) i en la que resulta de sumar ambdues es compleixi (3):

	BARBA	AFAITAT	
DIVERTIT			
AVORRIT			

ESTADÍSTICA

(*) $P[\text{DIVER.}/\text{BARBA}]$ és una probabilitat condicionada. Si no en recordes el significat, interpreta-ho així: és la proporció de «divertits» que hi ha en el conjunt dels qui «tenen barba». La desigualtat, per tant, significa que la proporció de divertits és més gran entre els qui porten barba que entre els afaitats.

Comencem posant un exemple numèric per entendre millor la situació. Suposem que tenim:



Si observem aquests resultats, veiem que la clau rau en el fet que hi ha més gent divertida entre el grup de rossos que entre el grup de morens; i que hi ha molt pocs rossos amb barba.

Només que hi hagi un ros amb barba que sigui divertit, ja voldrà dir que hi ha un percentatge alt del total de rossos amb barba.