UNITAT 4

INEQUACIONS AMB DUES INCÒGNITES

Pàgina 88

Traducció d'enunciats

- **Expressa mitjançant inequacions les relacions que es desprenen dels enunciats següents (en alguns obtindràs diverses inequacions):**

  a) En una botiga de llaminadures faran dos tipus de bosses (tipus I i tipus II). El nombre total de bosses no pot superar les 240 unitats.

  b) Una fàbrica produeix bombetes normals i focus halògens. La capacitat màxima diària de fabricació és de 1000 unitats, entre bombetes i focus halògens. A més, no es poden produir més de 800 bombetes normals ni més de 600 focus halògens.

  c) Una indústria fabrica llapis, bolígrafs i plomes estilogràfiques. Les màquines limiten la producció de manera que cada dia no és possible produir més de 100 llapis, ni més de 200 bolígrafs ni més de 150 plomes estilogràfiques; i el total de la producció (llapis, més bolígrafs, més plomes) no pot superar les 300 unitats.

a) Tipus I = x

Tipus II = y

$x + y \le 240$

b) Focus: x

Bombetes: y

$y \le 800$

$x \le 600$

$x + y \le 1000$

c) Llapis: x

Bolígrafs: y

Plomes: z

$x \le 100$

$y \le 200$

$z \leq 150$

$x + y + z \leq 300$

Pàgina 89

d) Per tal d'obtenir diners per al viatge de fi de curs, els alumnes d'una escola posaran a la venda dos paquets diferents (tipus A i tipus B). En els de tipus A hi haurà dues samarretes, un mocador i una gorra, mentre que en els de tipus B hi haurà una samarreta, dos mocadors i una gorra. Només disposen de 120 samarretes, 110 mocadors i 70 gorres.

Anomena x al nombre de paquets de tipus A que poden fer, i y al nombre de paquets de tipus B. Completa la taula següent i fes-la servir per obtenir les inequacions:

e) En la fabricació de dos tipus de joies, J_1 i J_2, s'utilitza or i platí. Cada joia del tipus J_1 està formada per 3 g d'or i 1 g de platí, i cada joia de tipus J_2 està formada per 2 g d'or i 2 g de platí. Es disposa de 1800 g d'or i 1000 g de platí. Anomena x al nombre de joies del tipus J_1 que es poden fabricar i y al nombre de joies del tipus J_2. Fes una taula semblant a la de l'apartat anterior i obtén-ne les inequacions corresponents.

d)

	NRE. PAQUETS	NRE. SAMARRETES	NRE. MOCADORS	NRE. GORRES
TIPUS A	x	$2x$	x	x
TIPUS B	y	y	$2y$	y
TOTAL	$x + y$	$2x + y$	$x + 2y$	$x + y$

$2x + y \leq 120$

$x + 2y \leq 110$

$x + y \leq 70$

e)

	NRE. JOIES	GRAMS D'OR	GRAMS DE PLATÍ
JOIES TIPUS 1	x	$3x$	x
JOIES TIPUS 2	y	$2y$	$2y$
TOTAL	$x + y$	$3x + 2y$	$x + 2y$

$3x + 2y \leq 1800$

$x + 2y \leq 1000$

Pàgina 91

EXERCICIS PROPOSATS

1. **a) Representa gràficament la funció $y = 2x + 1$.**

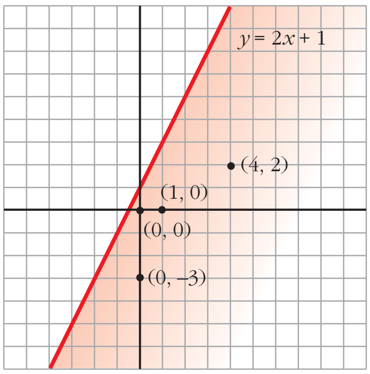
b) Busca quatre solucions de la inequació $y \leq 2x + 1$ i representa-les en els mateixos eixos que la funció.

c) Assenyala el recinte de solucions de la inequació $y \leq 2x + 1$.

a) $y = 2x + 1$

b) (4, 2), (1, 0), (0, 0) i (0, –3)

c)



2. **a) Representa gràficament la funció $y = x^2$.**

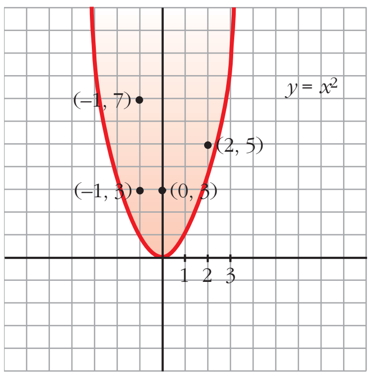
b) Busca quatre solucions de la inequació $y \geq x^2$ i representa-les en els mateixos eixos que la funció.

c) Assenyala el recinte de solucions de la inequació $y \geq x^2$.

a) $y = x^2$

b) (2, 5), (0, 3), (–1, 3) i (–1, 7)

c)



3. **a) Representa gràficament la funció $y = 3^x$.**

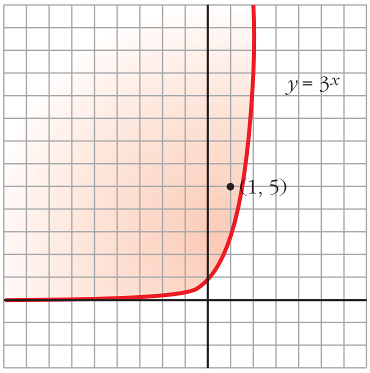
b) Busca una solució de la inequació $y < 3^x$ i representa-la en els mateixos eixos que la funció.

c) Assenyala el recinte de solucions de la inequació $y < 3^x$.

a) $y = 3^x$

b) (1, 5)

c)



Pàgina 93

4. **Resol les inequacions següents:**

a) $x + y + 1 \geq 0$ | **b)** $x - y + 3 \leq 0$

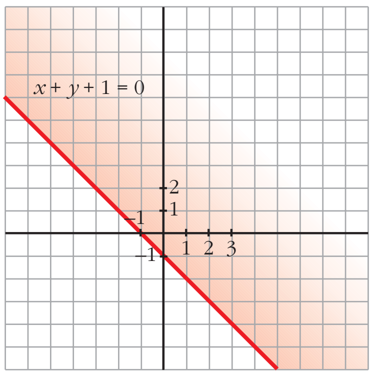
c) $3x + y > 2$ | **d)** $2x - 3y < 0$

e) $x < -1$ | **f)** $y \leq 3$

g) $x \geq 0$ | **h)** $y \geq 0$

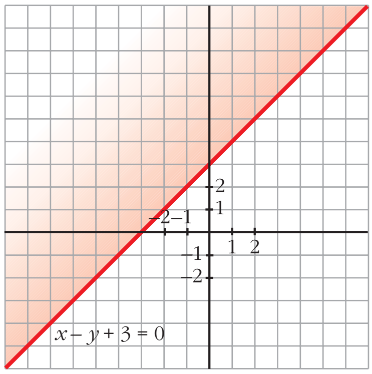
i) $y > -2$ | **j)** $y - 2 \geq 0$

a) $x + y + 1 \geq 0$



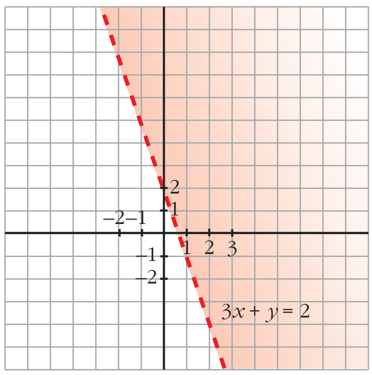
Recta inclosa dins la solució.

b) $x - y + 3 \leq 0$



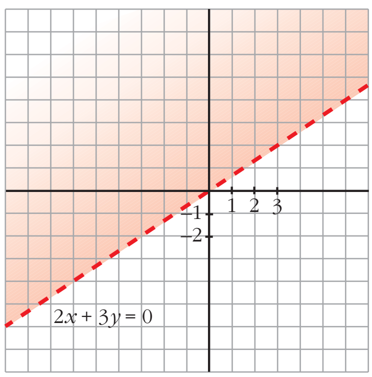
La recta forma part de la solució.

c) $3x + y > 2$



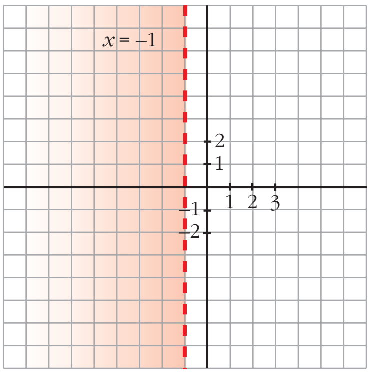
La recta no forma part de la solució.

d) $2x - 3y < 0$



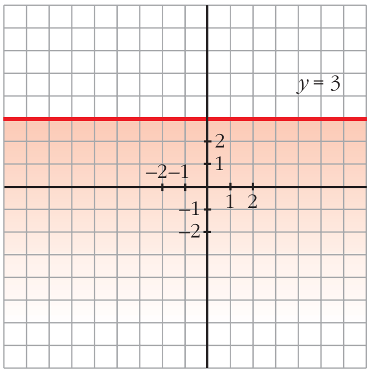
La recta no forma part de la solució.

e) $x < -1$

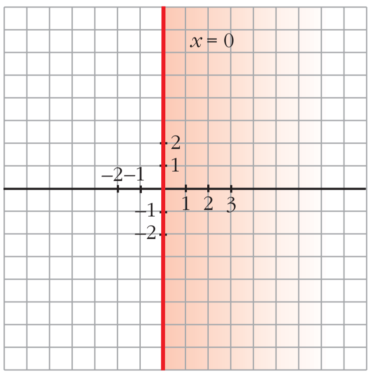


La recta no forma part de la solució.

f) $y \leq 3$

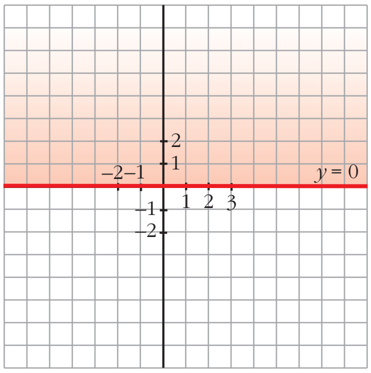


g) $x \geq 0$



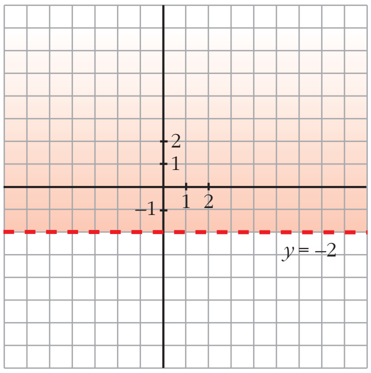
La recta forma part de la solució.

h) $y \geq 0$



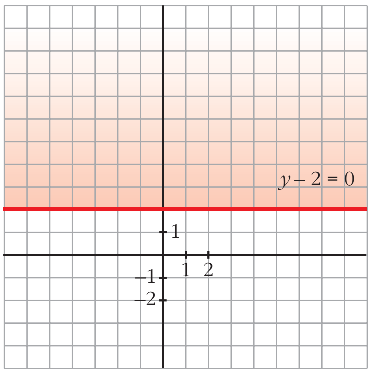
La recta forma part de la solució.

i) $y > -2$



La recta no forma part de la solució.

j) $y - 2 \geq 0$



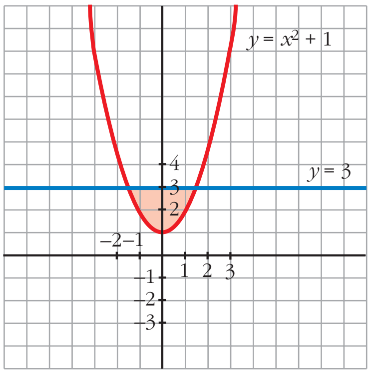
La recta forma part de la solució.

Pàgina 94

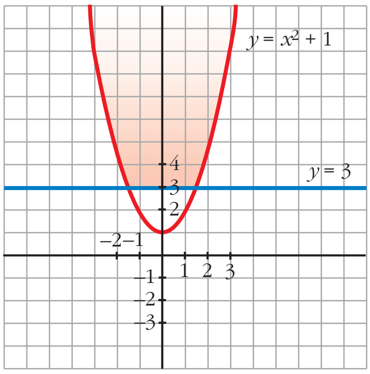
5. Resol aquests sistemes:

a) $\begin{cases} y \geq x^2 + 1 \\ y \leq 3 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} y \geq x^2 + 1 \\ y \geq 3 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} y \geq x^2 + 1 \\ y \leq 0 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} y \geq x^2 + 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$

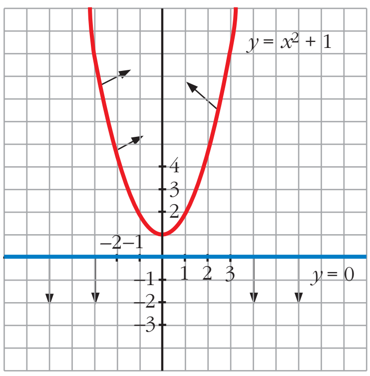
a) $\left.\begin{array}{l} y \geq x^2 + 1 \\ y \leq 3 \end{array}\right\}$



b) $\left.\begin{array}{l} y \geq x^2 + 1 \\ y \geq 3 \end{array}\right\}$

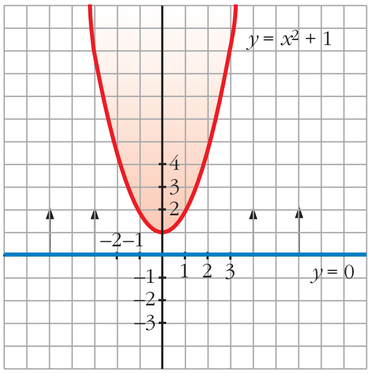


c) $\left.\begin{array}{l} y \geq x^2 + 1 \\ y \leq 0 \end{array}\right\}$



No hi ha solució: incompatible.

d) $\left.\begin{array}{l} y \geq x^2 + 1 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$

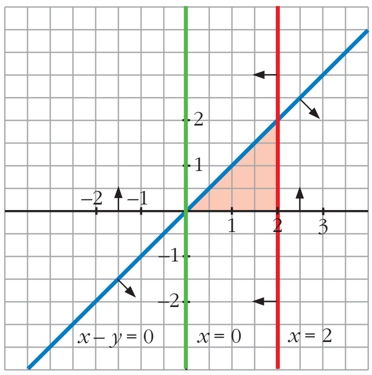


Pàgina 95

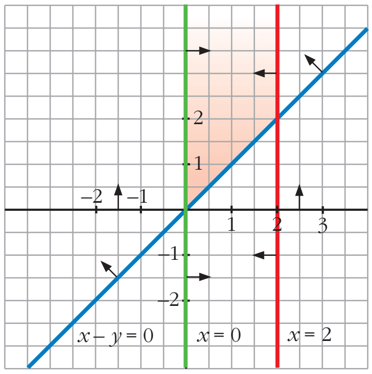
6. **Resol aquests sistemes d'inequacions:**

a) $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + y \leq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \\ y \leq -1 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x + y \geq 1 \\ 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$

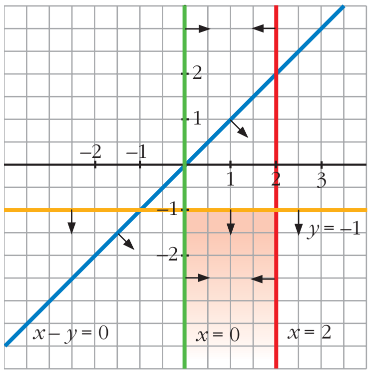
a) $\left.\begin{array}{l} x - y \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 2 \end{array}\right\}$



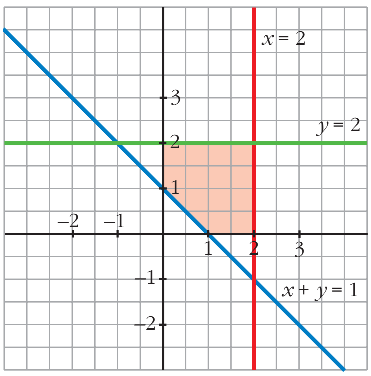
b) $\left.\begin{array}{l} x + y \leq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \end{array}\right\}$



c) $\left.\begin{array}{l} x - y \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 2 \\ y \leq -1 \end{array}\right\}$



d) $\left.\begin{array}{l} x + y \geq 1 \\ 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{array}\right\}$

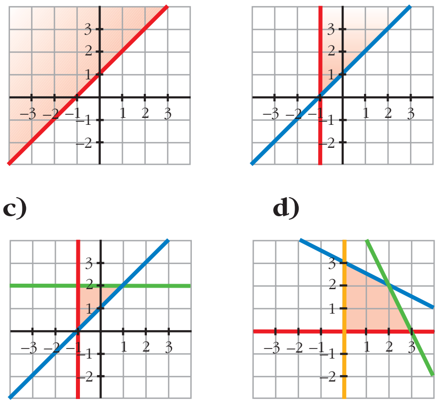


Pàgina 96

7. **Defineix, mitjançant una inequació o mitjançant un sistema d'inequacions, cadascun dels recintes següents:**

a) **b)**

c) **d)**



a) $y \geq 1 + x$

b) $\left.\begin{array}{l} y \geq 1 + x \\ x \geq -1 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} y \geq 1 + x \\ x \geq -1 \\ y \leq 2 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l} y \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 6 - 2x \\ 2y \leq 6 - x \end{array}\right\}$

Pàgina 97

8. **a) Dóna tres solucions més del problema anterior.**

b) Es podrien contractar 4 equips de tipus A i 6 de tipus B? I 3 equips de tipus A i cap de tipus B?

c) Troba les coordenades dels vèrtexs del recinte: el punt P és el punt de tall de la recta $2x + 3y = 18$ amb l'eix Y; Q és el punt de tall de les rectes $2x + 3y = 18$ i $4x + 3y = 24$; i el punt R és el punt de tall de $4x + 3y = 24$ amb l'eix X. (Pots consultar l'exercici resolt número 7 de la pàgina 100.)

d) Si l'empresa paga per una tarda de feina 30 € a cada equip de tipus A i 50 € a cada equip de tipus B, esbrina quant guanyarien si escollissin:

- **2 equips de tipus A i 2 de tipus B.**
- **1 equip de tipus A i 4 de tipus B.**
- **3 equips de tipus A i 4 de tipus B.**
- **x equips de tipus a i y de tipus B.**

a) (4, 1), és a dir, 4 equips de tipus A i 1 de tipus B.

(2, 3), és a dir, 2 equips de tipus A i 3 de tipus B.

(1, 5), és a dir, 1 equip de tipus A i 5 de tipus B.

b) No, (4, 6) queda fora de l'àrea de la solució; (3, 0), en canvi, queda dins d'aquesta àrea i per tant es podrien contractar 3 equips de tipus A i 0 de tipus B.

c) $P(0, 6)$; $Q(3, 4)$; $R(6, 0)$

d) 2 equips A i 2 equips B $\to$ $2 \cdot 30 + 2 \cdot 50 = 160$ €
1 equip A i 4 equips B $\to$ $1 \cdot 30 + 4 \cdot 50 = 230$ €
3 equips A i 4 equips B $\to$ $3 \cdot 30 + 4 \cdot 50 = 290$ €
x equips A i y equips B $\to$ $30x + 50\,y$

Pàgina 101

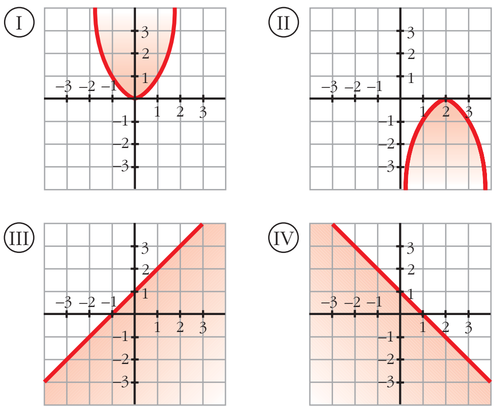
EXERCICIS I PROBLEMES PROPOSATS

PER PRACTICAR

Representar inequacions qualssevol

9. Associa cadascuna d'aquestes inequacions amb la seva solució:

a) $y \le -(x-2)^2$ **b)** $y \le x + 1$ **c)** $y \ge x^2$ **c)** $y \le 1 - x$



a) II

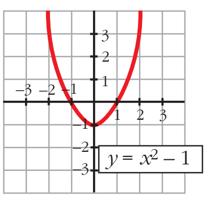
b) III

c) I

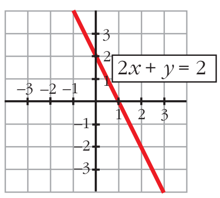
d) IV

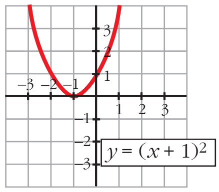
10. Assenyala el recinte solució de cadascuna de les inequacions següents, en les quals tens dibuixada la gràfica de la funció:

a) $y \le x^2 - 1$ **b)** $2x + y \ge 2$ **c)** $y \ge (x+1)^2$ **d)** $2x - y \ge 2$

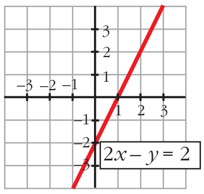


b)

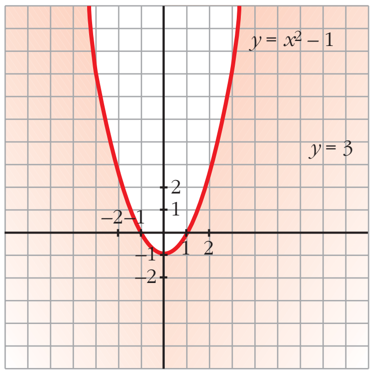




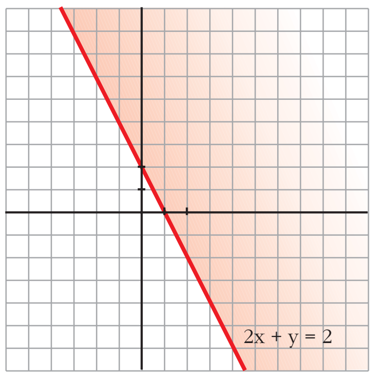
d)



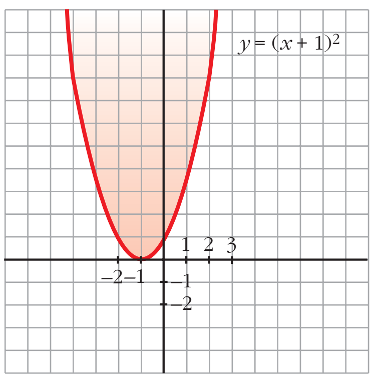
a) $y \leq x^2 - 1$



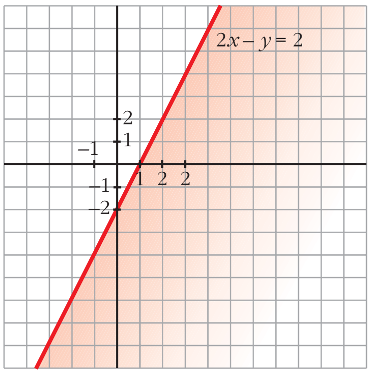
b) $2x + y \geq 2$



c) $y \geq (x + 1)^2$



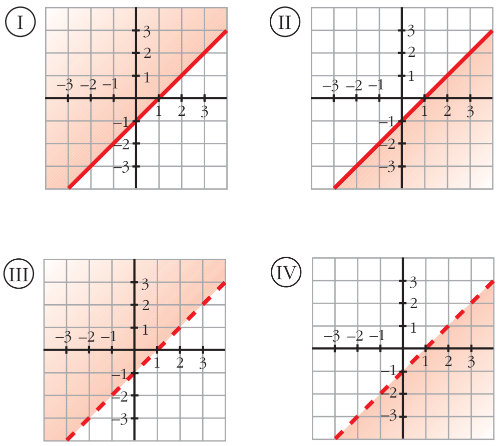
d) $2x - y \geq 2$



Representar inequacions lineals

11. **Associa cadascuna de les següents inequacions lineals amb la seva solució:**

a) $y \leq x - 1$ **b)** $y > x - 1$ **c)** $y < x - 1$ **d)** $y \geq x - 1$



a) II

b) III

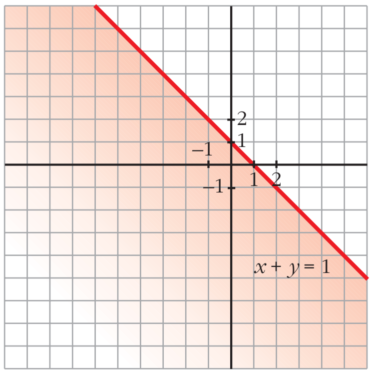
c) IV

d) I

12. **Resol les inequacions lineals següents. Indica en cada cas si la recta pertany o no al conjunt de solucions:**

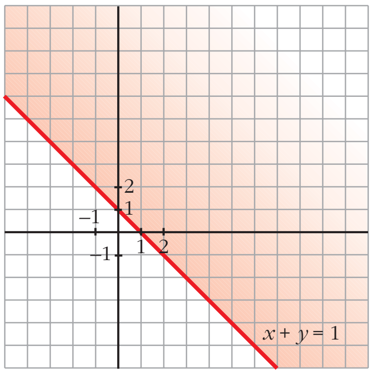
a) $x + y \leq 1$ **b)** $x + y \geq 1$ **c)** $x + y < 1$ **d)** $x + y > 1$

a) $x + y \leq 1$



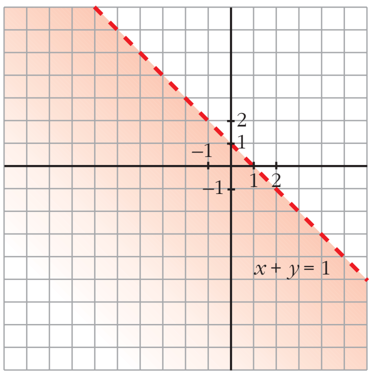
La recta forma part de la solució.

b) $x + y \geq 1$



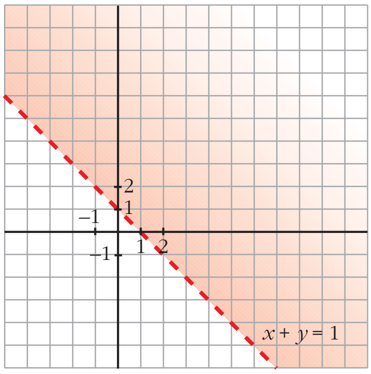
La recta forma part de la solució.

c) $x + y < 1$



La recta no forma part del conjunt de solucions.

d) $x + y > 1$

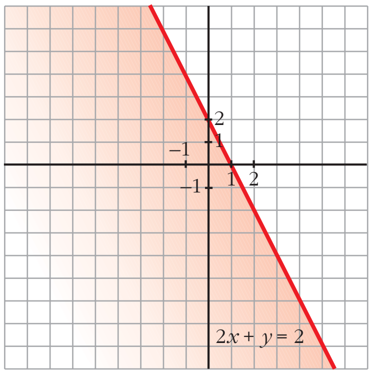


La recta no forma part del conjunt de solucions.

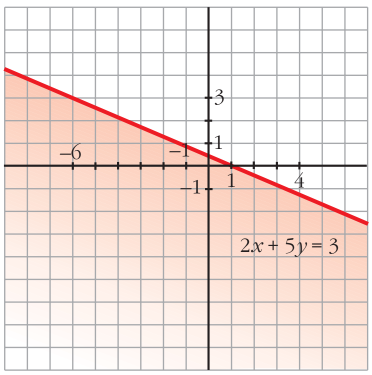
13. **Resol les inequacions següents:**

a) $2x + y \leq 2$ **b)** $2x + 5y \leq 3$ **c)** $2x - y \geq 1$ **d)** $x - y \geq 0$

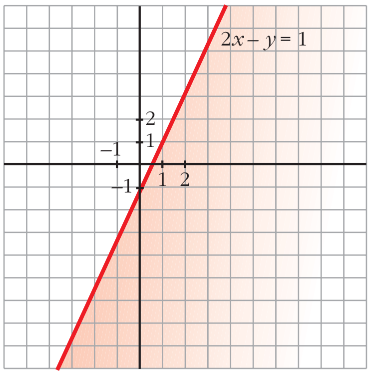
a) $2x + y \leq 2$



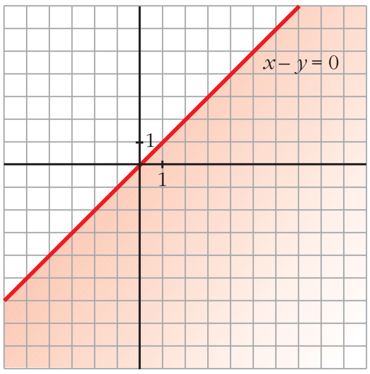
b) $2x + 5y \leq 3$



c) $2x - y \geq 1$



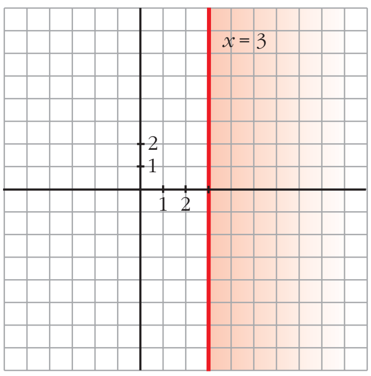
d) $x - y \geq 0$



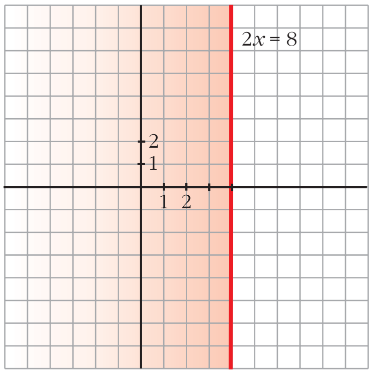
14. **Resol les inequacions lineals següents:**

a) $x \geq 3$ **b)** $2x \leq 8$ **c)** $y > -1$ **d)** $3y \leq 6$ **e)** $2x - 1 < 5$ **f)** $2y \leq 1$

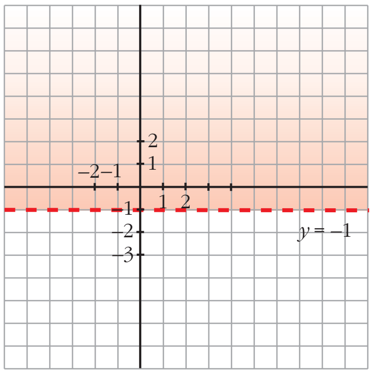
a) $x \geq 3$



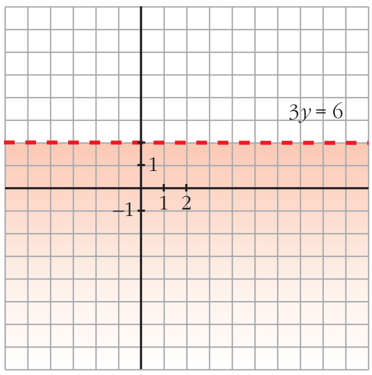
b) $2x \le 8$



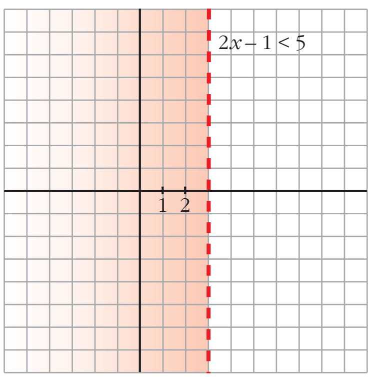
c) $y > -1$



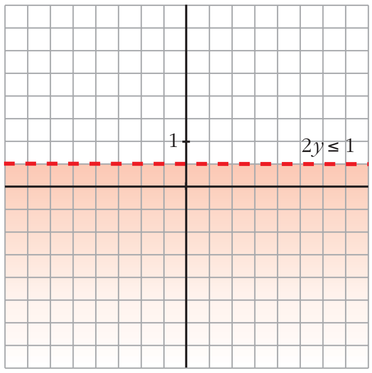
d) $3y \le 6$



e) $2x - 1 < 5$



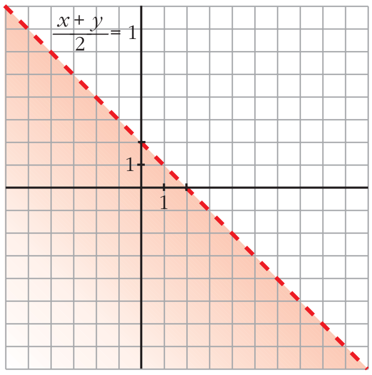
f) $2y \leq 1$



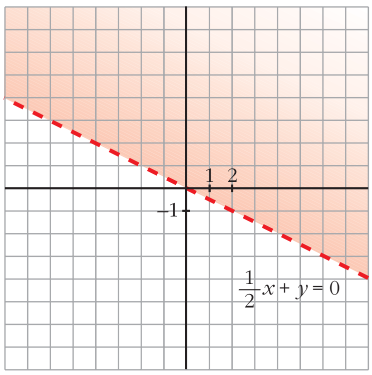
15. **Resol aquestes inequacions:**

a) $\dfrac{x+y}{2} \leq 1$ **b)** $\dfrac{1}{2}x + y > 0$ **c)** $x - 2y < \dfrac{1}{2}$ **d)** $\dfrac{x}{2} \geq \dfrac{y}{2}$

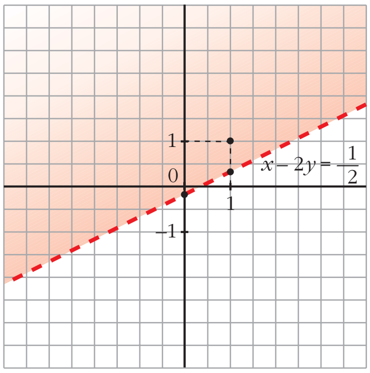
a) $\dfrac{x+y}{2} \leq 1$



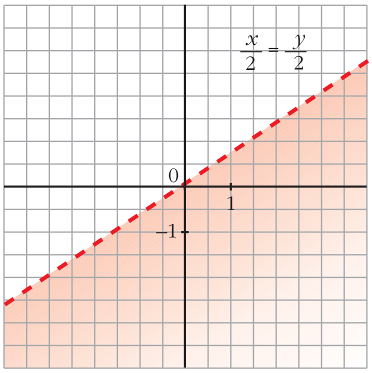
b) $\dfrac{1}{2}x + y > 0$



c) $x - 2y < \frac{1}{2}$



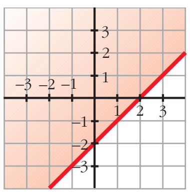
d) $\frac{x}{2} \geq \frac{y}{2}$



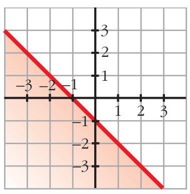
Inequacions corresponents a semiplans

16. **Troba una inequació que defineixi cadascun dels semiplans següents:**

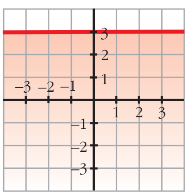
a)



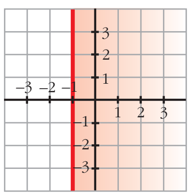
b)



c)



d)



a) $y \geq x - 2$

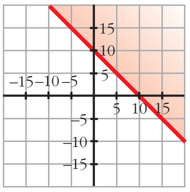
b) $y \leq -x - 1$

c) $y \leq 3$

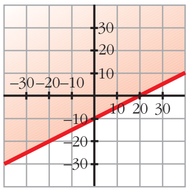
d) $x \geq -1$

17. **Defineix mitjançant una inequació cadascun d'aquests semiplans:**

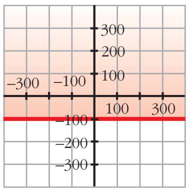
a)



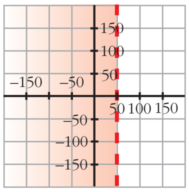
b)



c)



d)



a) $y \geq 10 - x$

b) $2y \leq x - 20$

c) $y \geq -100$

d) $x < 50$

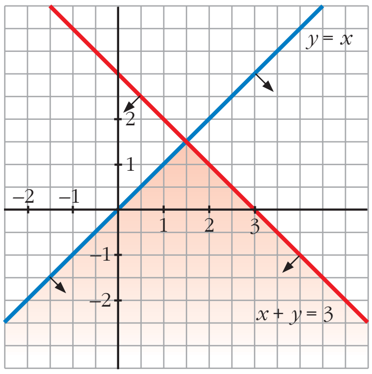
Pàgina 103

Recinte corresponent a un sistema d'inequacions

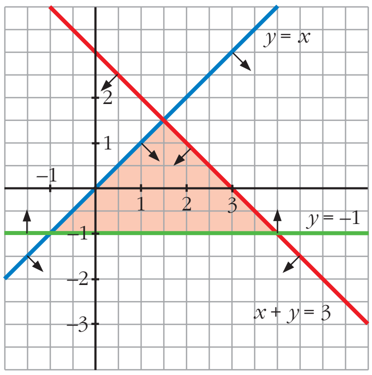
18. **Resol els sistemes d'inequacions lineals següents:**

a) $\begin{cases} y \leq x \\ x + y \leq 3 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} y \leq x \\ x + y \leq 3 \\ y \leq -1 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} y \leq x \\ x + y \leq 3 \\ y \geq 1 \\ x \geq 1 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} y \leq x \\ x + y \geq 3 \\ y \geq -1 \end{cases}$

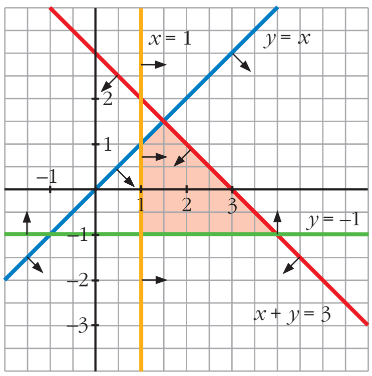
a) $\left.\begin{array}{l} y \leq x \\ x + y \leq 3 \end{array}\right\}$



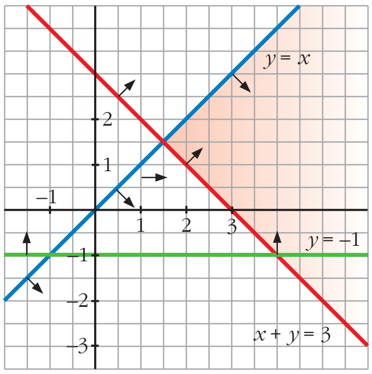
b) $\left.\begin{array}{l} y \leq x \\ x + y \leq 3 \\ y \leq -1 \end{array}\right\}$



c) $\left.\begin{array}{l} y \leq x \\ x + y \leq 3 \\ y \geq 1 \\ x \geq 1 \end{array}\right\}$



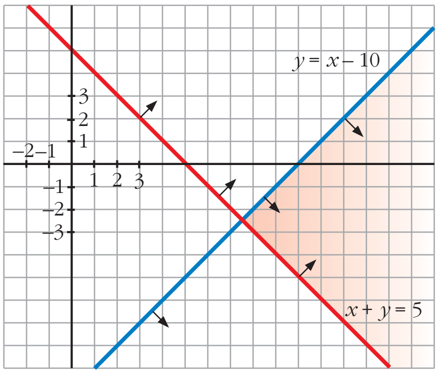
d) $\left.\begin{array}{l} y \leq x \\ x + y \geq 3 \\ y \geq -1 \end{array}\right\}$



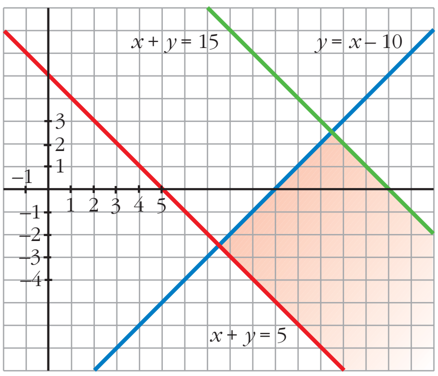
19. **Resol els sistemes d'inequacions següents:**

a) $\begin{cases} x + y \geq 5 \\ y \leq x - 10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + y \geq 5 \\ y \leq x - 10 \\ x + y \leq 15 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x + y \geq 5 \\ y \leq x - 10 \\ x + y \leq 15 \\ x \geq 0 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x + y \geq 5 \\ y \leq x - 10 \\ x + y \leq 15 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$

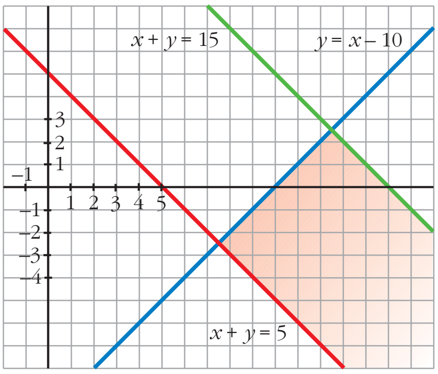
a) $\begin{cases} x + y \geq 5 \\ y \leq x - 10 \end{cases}$



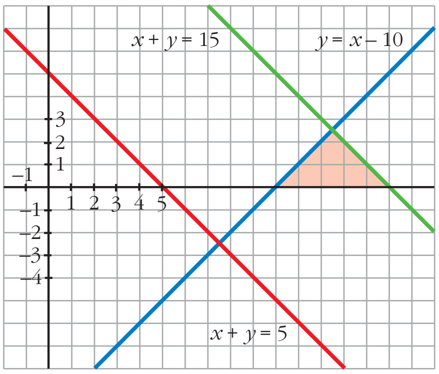
b) $\begin{cases} x + y \geq 5 \\ y \leq x - 10 \\ x + y \leq 15 \end{cases}$



c) $\begin{cases} x + y \geq 5 \\ y \leq x - 10 \\ x + y \leq 15 \\ x \geq 0 \end{cases}$



d) $\begin{cases} x + y \geq 5 \\ y \leq x - 10 \\ x + y \leq 15 \\ x \geq 0,\ y \geq 0 \end{cases}$



20. **Resol aquests sistemes d'inequacions:**

a) $\begin{cases} y \leq 20 - 2x \\ 2y \leq x \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y \geq 6 - x \\ 2 \leq y \leq 4 \\ 0 \leq x \leq 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 1000 \leq x + y \leq 2000 \\ 0 \leq x \leq 500 \\ 0 \leq y \leq 3500 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 2y \geq 80 \\ 3x + 2y \geq 120 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$

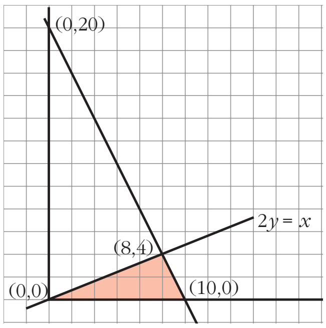
a) Representa les fronteres que determinen les inequacions:

$$\left.\begin{array}{lll} y = 20 - 2x & \rightarrow & \text{punts } (0,20) \text{ i } (10,0) \\ 2y = x & \rightarrow & \text{punts } (0,0) \text{ i } (2,1) \\ x = 0 \ \text{ i } \ y = 0 & \rightarrow & \text{són els eixos de coordenades.} \end{array}\right\} \text{Això ens permet dibuixar les fronteres}$$

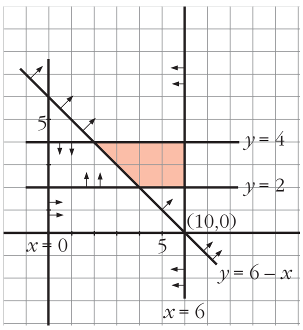
Busquem els vèrtexs de la regió que limita per visualitzar la solució.

$\begin{cases} y = 20 - 2x \\ 2y = x \end{cases} \rightarrow (8,4)$ $\quad \begin{cases} y = 20 - 2x \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow (0,20)$

$\begin{cases} y = 20 - 2x \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow (10,0)$ $\quad \begin{cases} 2y = x \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow (0,0)$ $\quad \begin{cases} 2y = x \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow (0,0)$

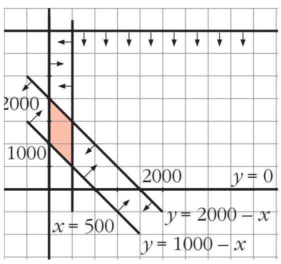


b) Representa les regions demanades:

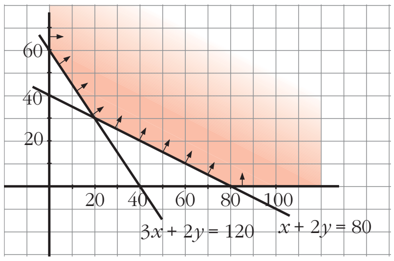


c) Representa les regions demanades:

$$1000 \le x + y \le 2000 \rightarrow$$
$$\rightarrow \begin{cases} y = 1000 - x \\ y = 2000 - x \end{cases}$$



d) Representa les regions demanades:

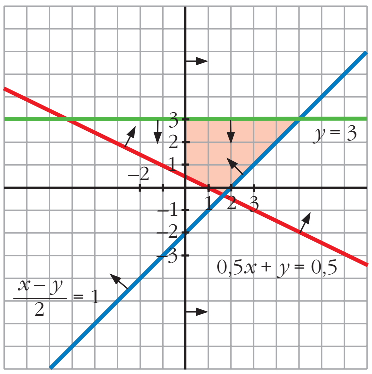


$x + 2y = 80 \rightarrow$
$\rightarrow (0,40)$ i $(80,0)$
$3x + 2y = 120 \rightarrow$
$\rightarrow (0,60)$ i $(40,0)$

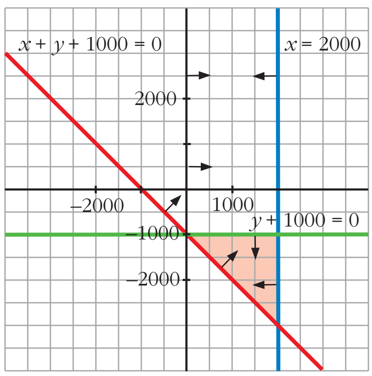
21. **Resol els sistemes d'inequacions següents.**

a) $\begin{cases} 0{,}5x + y \geq 0{,}5 \\ \dfrac{x - y}{2} \leq 1 \\ x \geq 0,\ y \leq 3 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + y + 1000 \geq 0 \\ y + 1000 \leq 0 \\ 0 \leq x \leq 2000 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} 0{,}5x + y \geq 0{,}5 \\ \dfrac{x - y}{2} \leq 1 \\ x \geq 0,\ y \leq 3 \end{array}\right\}$



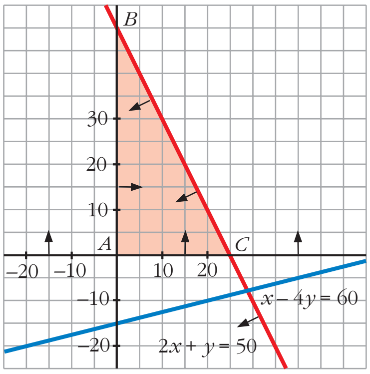
b) $\left.\begin{array}{l} x + y + 1000 \geq 0 \\ y + 1000 \leq 0 \\ 0 \leq x \leq 2000 \end{array}\right\}$



22. **Resol cadascun dels sistemes d'inequacions següents i troba els vèrtexs del recinte de solucions:**

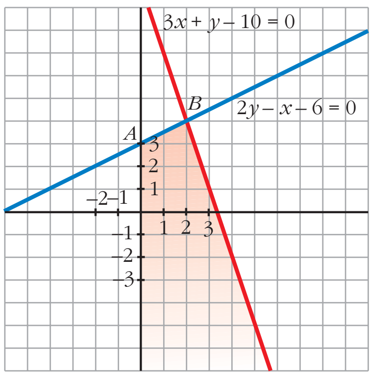
a) $\begin{cases} x - 4y \le 60 \\ 2x + y \le 50 \\ x \ge 0, y \ge 0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2y - x - 6 \le 0 \\ 3x + y - 10 \le 0 \\ x \ge 0 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x - 4y \le 60 \\ 2x + y \le 50 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{array}\right\}$



A(0, 0); B(0, 50); C(25, 0)

b) $\left.\begin{array}{l} 2y - x - 6 \le 0 \\ 3x + y - 10 \le 0 \\ x \ge 0 \end{array}\right\}$

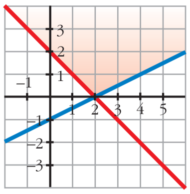


A(0, 3); B(2, 4)

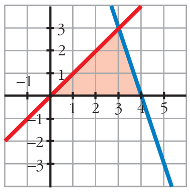
Sistema d'inequacions corresponent a un recinte

23. **Defineix cadascun dels recintes següents mitjançant un sistema d'inequacions lineals:**

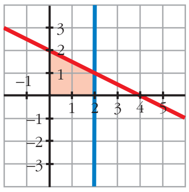
a)



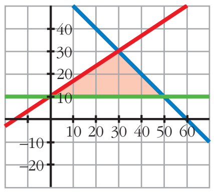
b)



c)



d)



a) $\begin{cases} y \geq -x + 2 \\ x - 2y \leq 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y \leq 12 \\ x \geq y \\ y \geq 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y \leq 4 \\ x \leq 2 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y \leq 60 \\ 2x - 3y \geq -30 \\ y \geq 10 \end{cases}$

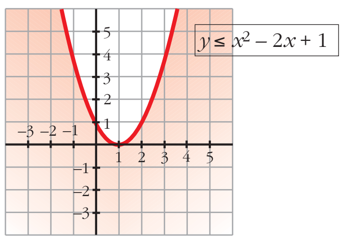
Pàgina 104

PER RESOLDRE

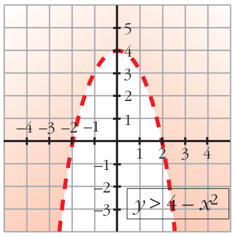
24. **Resol les inequacions següents:**

a) $y \leq x^2 - 2x + 1$ **b)** $y > 4 - x^2$ **c)** $y \leq \left(\frac{1}{2}\right)^x$ **d)** $y > \left(\frac{1}{2}\right)^x$

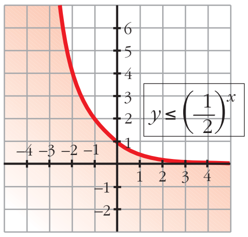
a)



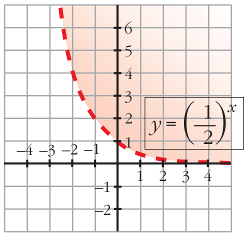
b)



c)



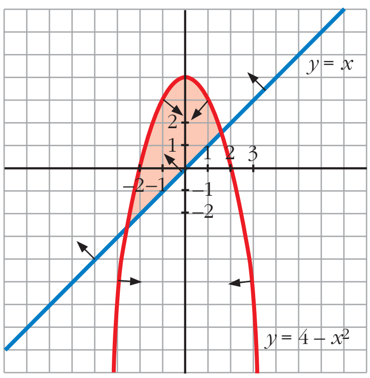
d)



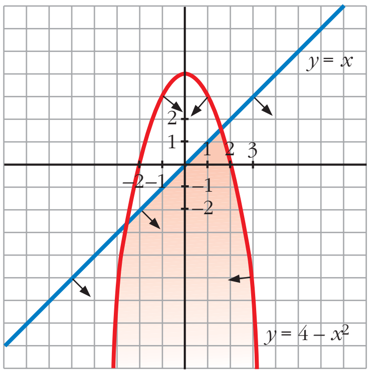
25. **Resol els sistemes d'inequacions següents:**

a) $\begin{cases} y \le 4 - x^2 \\ y \ge x \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} y \le 4 - x^2 \\ y \le x \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} y \le 2^x \\ x + y \ge 0 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} y \le 2^x \\ x + y \le 0 \end{cases}$

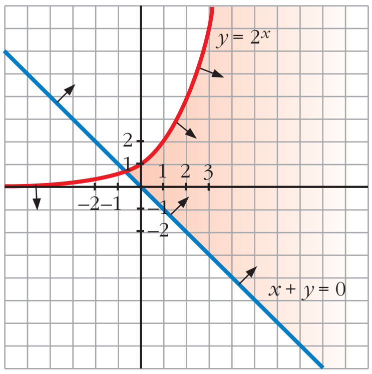
a) $\left.\begin{array}{l} y \le 4 - x^2 \\ y \ge x \end{array}\right\}$



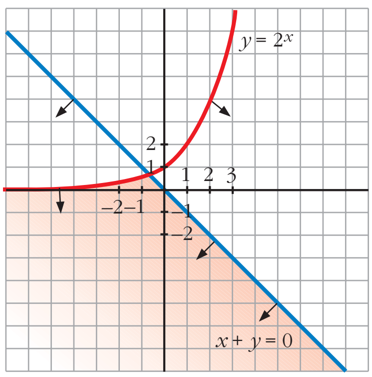
b) $\left.\begin{array}{l} y \le 4 - x^2 \\ y \le x \end{array}\right\}$



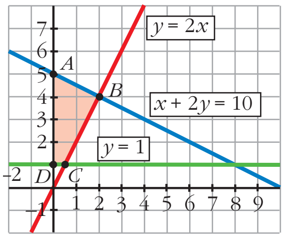
c) $\left.\begin{array}{l} y \le 2^x \\ x + y \ge 0 \end{array}\right\}$



d) $\left.\begin{array}{l} y \le 2^x \\ x + y \le 0 \end{array}\right\}$



26. **Troba els vèrtexs del recinte següent:**



Els vèrtexs del recinte són: A= (0, 5); B = (2, 4); C = $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ i D = (0, 1).

27. **Una fàbrica de complements produeix agulles senzilles i agulles de festa. En un dia no es poden fabricar més de 400 agulles senzilles ni més de 300 de festa, ni tampoc no es poden produir més de 500 agulles en total. Anomena *x* al nombre d'agulles senzilles que es poden fabricar en un dia i *y* al nombre d'agulles de festa.**

a) Planteja un sistema d'inequacions en el qual es reflecteixin les restriccions i resol-lo per trobar totes les possibilitats que hi ha per a la fabricació diària d'agulles.

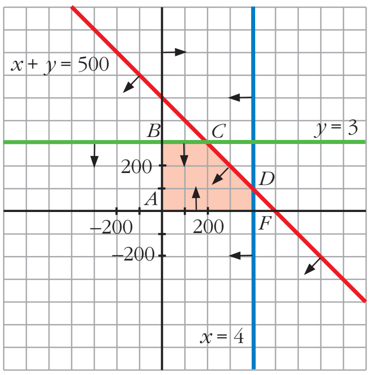
b) Dóna tres exemples de solucions possibles.

c) Troba els vèrtexs del recinte.

a) x: agulles senzilles

y: agulles de festa

$$\left.\begin{array}{l} x \le 400 \\ y \le 300 \\ x + y \le 500 \end{array}\right\}$$



b) (100, 100) → 100 agulles senzilles, 100 de festa

(100, 300) → 100 agulles senzilles, 300 de festa

(300, 100) → 300 agulles senzilles, 100 de festa

c) A(0, 0); B(0, 300); C(200, 300); D(400, 100); F(400, 0)

28. **Un concessionari de cotxes ven dos models, l'A i el B. El nombre x de cotxes venuts del model A ha de ser més gran o igual a 50 i menor o igual a 75. El nombre y de cotxes venuts del B ha de ser més gran o igual que el nombre de cotxes venuts del model A. El nombre màxim de cotxes que pot vendre és 400.**

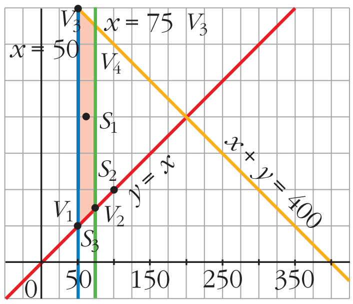
a) Planteja un sistema d'inequacions en què es reflecteixin les restriccions i resol-lo per trobar totes les possibilitats de venda dels dos models de cotxes.

b) Dóna tres exemples de solucions possibles.

c) Es podrien vendre 60 cotxes del model A i 200 del model B? I 100 cotxes de l'A i 100 del B? I 50 cotxes de cada model?

d) Troba els vèrtexs del recinte de solucions del sistema.

a) $\begin{cases} x \geq 50 \\ x \leq 75 \\ y \geq x \\ x + y \leq 400 \end{cases}$



b) 60 cotxes del model A i 200 del model B

70 cotxes del model A i 100 del model B

55 cotxes del model A i 320 del model B

c) • Venent 60 cotxes del model A i 200 del model B es compleixen les restriccions. Estaríem dins la regió solucio, S_1.

• Venent 100 cotxes del model A i 100 del model B no es compleixen les restriccions. Estaríem fora de la regió solucio, S_2.

• Venent 50 cotxes de cada model es compleixen les restriccions. Estaríem dins la regió solucio, S_3.

d) $\begin{cases} x = 50 \\ y = x \end{cases} \rightarrow V_1 = (50, 50)$ $\qquad$ $\begin{cases} x = 50 \\ x + y = 400 \end{cases} \rightarrow V_3 = (50, 350)$

$\begin{cases} x = 75 \\ y = x \end{cases} \rightarrow V_2 = (75, 75)$ $\qquad$ $\begin{cases} x = 75 \\ x + y = 400 \end{cases} \rightarrow V_4 = (75, 325)$

29. **Una fàbrica produeix confitura d'albercoc i confitura de pruna. El doble de la producció de confitura de pruna és menor o igual que la producció de confitura d'albercoc més 800 unitats. Igualment, el triple de la producció de confitura d'albercoc més el doble de la producció de confitura de pruna és menor o igual a 2400 unitats.**

a) Planteja un sistema d'inequacions en què es reflecteixin les restriccions i resol-lo per trobar totes les possibilitats de producció dels dos tipus de confitura.

b) Troba els vèrtexs del recinte. Són solucions del sistema?

c) Dóna dues solucions del sistema diferents dels vèrtexs.

d) Podrien produir-se 500 unitats de confitura d'albercoc i 100 de pruna? I 800 d'albercoc i cap de pruna?

e) Sabent que cada unitat de confitura d'albercoc produeix un benefici de 60 € i cada unitat de confitura de pruna 80 €, esbrina el benefici obtingut si es produeixen:

– 100 unitats d'albercoc i 100 de pruna.

– 500 unitats d'albercoc i 200 de pruna.

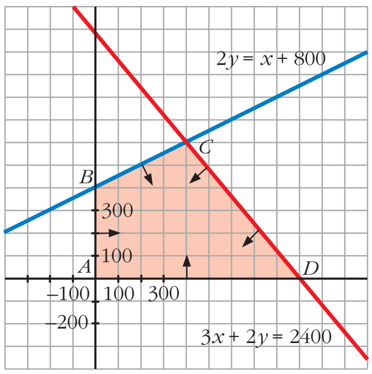
– 400 unitats d'albercoc i 600 de pruna.

– *x* unitats d'albercoc i *y* de pruna.

a) x: producció de confitura d'albercoc

y: producció de confitura de pruna

$$\left.\begin{array}{l} 2y \le x + 800 \\ 3x + 2y \le 2400 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{array}\right\}$$



b) A(0, 0); B(0, 400); C(400, 600); D(800, 0)

c) (200, 300) → 200 unitats de confitura d'albercoc i 300 de pruna

(400, 300) → 400 unitats de confitura d'albercoc i 300 de pruna

d) Sí, (500, 100) i (800, 0) formen part del conjunt de solucions.

e) (100, 100) → $60 \cdot 100 + 80 \cdot 100 = 14\,000$ €

(500, 200) → $60 \cdot 500 + 80 \cdot 200 = 56\,000$ €

(400, 600) → $60 \cdot 400 + 80 \cdot 600 = 72\,000$ €

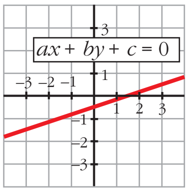
(x, y) → $60x + 80y$

Pàgina 105

QÜESTIONS TEÒRIQUES

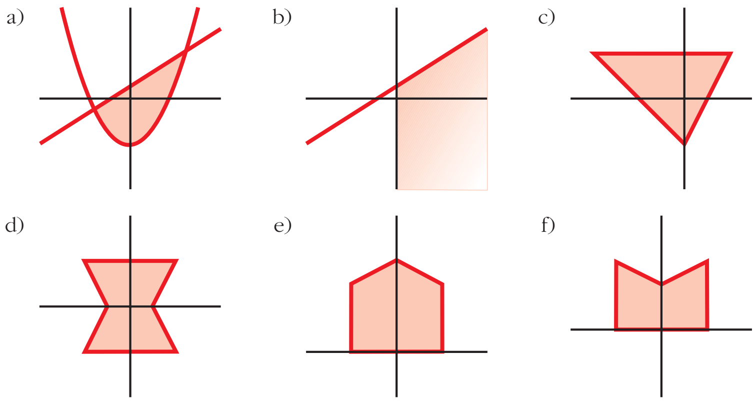
30. **Si sabem que la gràfica de la recta $ax + by + c = 0$ és la següent, respon de manera raonada:**

¿Poden ser alhora solucions de la inequació $ax + by + c \geq 0$ els punts (0, 0) i (1, –3)?



No, no poden ser-ho. Els dos punts es troben a sectors contraris, dels delimitats per la recta, i només un dels sectors pot ser la solució de la inequació.

31. **Indica quins dels recintes següents poden correspondre al conjunt de solucions de sistemes d'inequacions lineals i quins no. Raona la teva resposta:**



a) No, una equació lineal no pot donar una paràbol·la.

b) Sí.

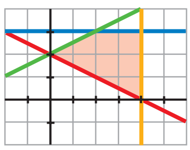
c) Sí.

d) No, una regió còncava no pot ser solució d'un sistema d'inequacions lineals.

e) Sí.

f) No, *ídem* apartat d.

32. **En resoldre un sistema d'inequacions lineals hem obtingut aquest recinte:**



Són els vèrtexs del recinte solucions del sistema? Raona la teva resposta.

Sí, els vèrtexs compleixen totes les inequacions del sistema, incloses les rectes de les que formen part, i tots són números sencers.

33. **Els vèrtexs d'un recinte obtingut en resoldre un sistema d'inequacions lineals, són sempre solucions del sistema?**

Sempre que els símbols de desigualtat siguin ≥ o ≤, ja que d'aquesta forma el vèrtex forma part de la solució, i sempre que sigui un punt amb coordenades senceres quan el sistema ho requereixi.

34. **En representar les solucions d'un sistema d'inequacions veiem que els recintes corresponents a cada inequació no tenen cap punt en comú. Com és el sistema?**

És un sistema incompatible.

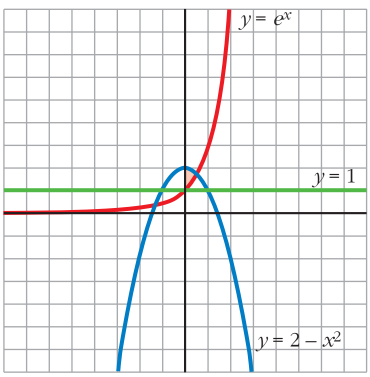
PER APROFUNDIR

35. **a) Resol el sistema d'inequacions següent:**

$$\begin{cases} \boldsymbol{y \geq e^x} \\ \boldsymbol{y \geq 1} \\ \boldsymbol{y \leq 2 - x^2} \end{cases}$$

b) Dóna quatre solucions del sistema anterior.

a) $\left.\begin{array}{l} y \geq e^x \\ y \geq 1 \\ y \leq 2 - x^2 \end{array}\right\}$



b) (0,1, 0,5); (0,2, 1,3); (0,3, 1,7); (0,4, 1,5)

36. El tractament de determinada malaltia requereix l'administració de dos complexos vitamínics, C_1 i C_2. Cada setmana cal consumir almenys 450 mg de C_1 i 200 mg de C_2. Aquests complexos es presenten en dos comprimits diferents: el comprimit de color vermell, que costa 25 cèntims d'euro per unitat i conté 15 mg de C_1 i 25 mg de C_2; i el comprimit de color blau, que també costa 25 cèntims d'euro per unitat i que conté 28 mg de C_1 i 10 mg de C_2.

Anomenem x al nombre de comprimits de color vermell i y al nombre de comprimits de color blau que ha de prendre cada setmana un individu que pateixi la malaltia.

a) Planteja un sistema d'inequacions en el qual es reflecteixin les restriccions, i resol-lo per trobar totes les possibilitats amb què es poden cobrir les necessitats dels dos complexos vitamínics.

b) Troba els vèrtexs del recinte.

c) Obtén, en funció de x i y, una expressió per al cost que suposa prendre x comprimits de color vermell i y de color blau. Troba el valor que pren aquesta expressió (és a dir, el cost total) en cadascun dels vèrtexs del recinte i en algun altre punt solució del sistema.

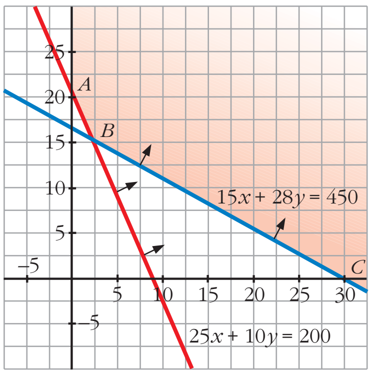
d) Quants comprimits de cada color creus que ha de prendre un individu perquè el cost del tractament sigui mínim?

a)

NÚM.	C_1	C_2
vermell	$15x$	$25x$
blau	$28y$	$10y$
Total	$15x + 28y$	$25x + 10y$

$15x + 28y \geq 450$

$25x + 10y \geq 200$



b) A(0, 20); B(4, 15); C(30, 0)

c) Cost: $Z = 0{,}25x + 0{,}25y$

A(0, 20) $\rightarrow$ $0{,}25 \cdot 0 + 0{,}25 \cdot 20 = 5$ €

B(4, 15) $\rightarrow$ $0{,}25 \cdot 4 + 0{,}25 \cdot 15 = 5{,}75$ €

C(30, 0) $\rightarrow$ $0{,}25 \cdot 30 + 0{,}25 \cdot 0 = 7{,}5$ €

(10, 20) $\rightarrow$ $0{,}25 \cdot 10 + 0{,}25 \cdot 20 = 7{,}5$ €

d) 0 de color vermell i 20 de color blau.