

Resolució de problemes

1 Una màquina fabrica 5 cargols per minut. Treballa de dilluns a dijous de 8 a 13 i de 15 a 17, i els divendres, de 8 a 14. Per tal d'atendre una comanda de 25000 cargols, comença a treballar dimecres 24 de maig a les 11 del matí. Quan completarà la comanda?

Completarà la comanda el divendres 9 de juny a les 12.20 del vespre.

2 Un motorista surt de casa per acudir a una cita. S'adona que si viatja a 60 km/h hi arribarà un quart d'hora tard, però que si ho fa a 100 km/h hi arribarà un quart d'hora massa aviat. A quina distància es troba de la destinació?

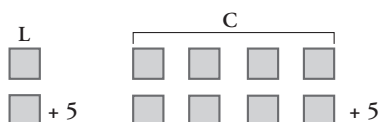
Indicacions:

- A 60 Km/h, a quina distància del lloc es trobarà a l'hora de la cita?
- A 100 km/h, quants de quilòmetres de més recorreria si continuàs a aqueixa velocitat?
- Per tant, quants de quilòmetres més recorre anant a 100 km/h que anant a 60 km/h?

La destinació es troba a 75 km de la sortida.

3 En Lluís té la quarta part de diners que la seva germana Camil·la. Diumenge, el seu padrí dóna 5 euros a cadascú. Ara la Camil·la en té el triple que en Lluís. Quants diners tenia cadascú abans que el seu padrí els en donés? (Resol aquest problema sense usar-hi l'àlgebra.)

Indicació:



En Lluís tenia al principi 10 € i la Camil·la, 40 €.

4 En un dels platets d'una balança hem col·locat un formatge. A l'altre platet hem col·locat 3/4 d'un formatge igual que l'anterior més un pes de 3/4 de kg. La balança s'ha quedat en equilibri. Quant pesa el formatge?

El formatge pesa 3 kg.

5 De quantes formes diferents podem ajuntar 8 € utilitzant només monedes de 2 €, 1 € i 0,50 €? Hi ha 28 formes diferents d'obtenir 8 € amb monedes de 2 €, d'1 € i de 0,5 €.

6 Tens a la butxaca quatre monedes: 2 €, 1 €, 0,50 € i 0,20 €? Quantes quantitats diferents pots formar?

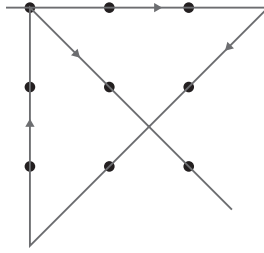
Es poden formar 15 quantitats diferents amb monedes de 2 €, 1 €, 0,5 € i 0,2 €.

7 Si els membres d'un grup ballen de dos en dos, en sobra un. Si ho fan de tres en tres, en sobren dos, i si ho fan de cinc en cinc, també en sobren dos. Quantes persones componen el grup si sabem que el nombre de membres es troba comprès entre 10 i 20? I si es trobés comprès entre 30 i 50?

Si el nombre de persones que ballen està comprès entre 10 i 20, aleshores deuen ser-ne 17.

Si el nombre de persones que ballen està comprès entre 30 i 50, aleshores deuran ser-ne 47.

8 Passa per damunt d'aquests nou punts mitjançant una línia poligonal de quatre segments.



9 El iot del magnat grec Ricarchos fa 30 m més la meitat de la pròpia longitud. Quants metres fa el iot?

El iot de Ricarchos mesura 60 m.

10 Un venedor ambulat compra samarretes a 72 euros la dotzena i les ven a 15 euros el parell. Quantes samarretes ha de vendre per guanyar-hi 27 euros?

Per guanyar 27 € ha de vendre 18 samarretes.

11 D'un dipòsit ple d'aigua, en traiem primer dos terços i després tres quarts de la quantitat que hi queda. Si encara hi ha 10 litres, quina és la capacitat del dipòsit?

(Fes aquest problema sense operar amb fraccions. Utilitza una representació esquemàtica.)

Al dipòsit hi havia 120 litres.

12 A l'Àlicia, li han ofert les dues possibilitats següents per pagar-li un treball que ha de fer amb l'ordinador:

a) 60 euros pels 16 dies que dura la feina.

b) 0,01 euro pel primer dia, el doble pel segon, el doble de la quantitat anterior pel tercer i així successivament fins al final.

Quina opció aconsellaries a l'Àlicia?

Convé escollir l'opció b).

13 Utilitzant només la xifra 5 i les operacions oportunes, podem obtenir qualsevol nombre.

Per exemple, per obtenir el 6 podem fer:

$$55 : 5 - 5 = 6$$

Busca la manera d'obtenir amb la mínima quantitat de cinc:

a) Els vint primers nombres naturals.

$$1 = 5 : 5$$

$$2 = (5 + 5) : 5$$

$$3 = (5 + 5 + 5) : 5$$

$$4 = 5 - (5 : 5)$$

$$5 = 5$$

$$6 = 5 + (5 : 5)$$

$$7 = (5 + 5) : 5 + 5$$

$$8 = 5 + 5 - (5 + 5) : 5$$

$$9 = (5 + 5) - (5 : 5)$$

$$10 = 5 + 5$$

$$11 = 55 : 5$$

$$12 = (55 + 5) : 5$$

$$13 = (55 + 5 + 5) : 5$$

$$14 = (5 + 5 + 5) - (5 : 5)$$

$$15 = 5 + 5 + 5$$

$$16 = (55 : 5) + 5$$

$$17 = (55 + 5) : 5 + 5$$

$$18 = (55 + 5 + 5) : 5 + 5$$

$$19 = (5 \cdot 5) - 5 - (5 : 5)$$

$$20 = 5 \cdot 5 - 5$$

b) Els nombres 111 i 125.

$$111 = 555 : 5$$

$$125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$$

c) Els nombres 500, 1 000 i 3 000.

$$500 = 555 - 55$$

$$1000 = (5 + 5) \cdot (5 + 5) \cdot (5 + 5)$$

$$3000 = 5^5 - 5 \cdot 5 \cdot 5$$

14 Quatre vaques suïsses i tres d'autòctones fan tanta llet en cinc dies com tres vaques suïsses i cinc d'autòctones en quatre dies. Quina vaca és millor lletera, la suïssa o l'autòctona?

Les autòctones produeixen més llet que les suïsses.

15 Quina hora és, si sabem que l'agulla menuda del rellotge tardarà el triple que la minutera a arribar a la marca de les sis?

Són les 5 h 15 minuts.

16 Dos compactes i dues cintes tenen un preu de 40 euros. Un compacte i tres cintes costen 36 euros. Quant costa un compacte i quant una cinta?
Una cinta val 8 € i un CD, 12 €.

17 La Marta pensa a la botiga:

- Si em compro la samarreta i l'armilla, em gasto 53,75 euros.
- La samarreta i el mocador són 51,25 euros.
- L'armilla i el mocador em surten per 60 euros justos.

Quin és el preu de cadascun dels tres articles?

(Fes el problema sense usar l'àlgebra.)

Què significa la suma d'aquests tres nombres?

Mocador: 28,75 €; samarreta: 22,5 €; armilla: 31,25 €.

18 Una pagesa va anar al mercat a vendre cols. La primera clienta li va comprar la meitat de les cols i mitja col més. La segona li va comprar la meitat de les que li quedaven més mitja col i la mateixa cosa va fer la tercera. Amb això va concloure la venda perquè ja no li quedaven més cols. Quantes cols tenia al principi?

Al principi tenia 7 cols.

19 La Carme tenia abans-d'ahir 13 anys i, això no obstant, l'any que ve en farà 16. Com és possible?

És possible si estem a 1 de gener i fa els anys el 31 de desembre.

20 Un nenúfar, en un llac, duplica les dimensions que té cada dia. En un mes cobreix tot el llac. Quant temps tarden dos nenúfars a cobrir tot el llac?

Dos nenúfars necessitaran 29 dies per cobrir tot el llac.

21 Busca el menor nombre de sis xifres la divisió del qual entre 7 és exacta. Cerca'n també el major.

El menor nombre de sis xifres divisible entre 7 és 100 002 i el major és 999 999.

22 Un nombre primer només té dos divisors, ell mateix i la unitat. Quins nombres tenen només tres divisors?

Els quadrats dels primers:

$$2^2 = 4; 3^2 = 9; 4^2 = 16; 5^2 = 25; 6^2 = 36; \dots$$

23 Quins nombres tenen una quantitat imparella de divisors?

Els nombres que tenen una quantitat imparella de divisors són els quadrats perfectes.

24 Quins nombres tenen tots els seus divisors, excepte l'1, parells?

Són totes les potències de 2.

25 Són certes les afirmacions següents?

Raona les respostes.

- a) La suma de dos nombres consecutius no és múltiple de 2. Vertader
- b) La suma de dos imparells consecutius és múltiple de 4. Vertader
- c) La suma de tres nombres naturals consecutius és múltiple de 3. Vertader

26 El nombre de litres d'oli que conté un barril pot envasar-se de forma exacta en garrafes de 3 litres, de 5 litres o de 25 litres, però no en garrafes de 4 litres ni de 9 litres.

Quin pot ser el contingut del barril si sabem que es troba entre 1 000 i 2 000 litres?

Les solucions possibles del problema són:

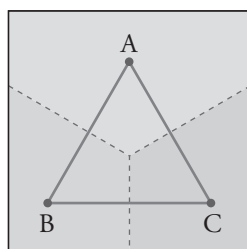
1050 1275 1425 1650 1725 1875 1950

27 El producte de les edats de tres persones és 390. Quines són aquestes edats?

Hi ha 11 solucions:

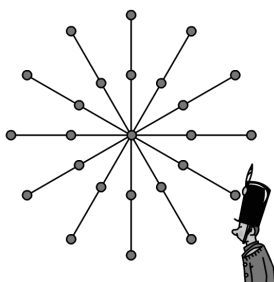
1; 5; 78	1; 13; 30	1; 6; 65	1; 10; 39
1; 15; 26	2; 3; 65	2; 5; 39	2; 13; 15
3; 5; 26	3; 13; 10	5; 6; 13	

28 Això és un desert quadrat. *A*, *B* i *C* són les entrades de tres refugis antinuclears. Acoloreix de diferent color les zones des de les quals et dirigiries a cada refugi en cas d'alarma nuclear.



29 "Si tenim 25 soldats de plom, com formarem sis files de cinc soldats cadascuna?"

La solució que hi havia en el llibre per a aquest problema és aquesta:



Això no obstant, la Mercè ha trobat una forma de disposar els 25 soldats de manera que hi ha moltes més de 6 files de 5 soldats. Quina és?

Resolució gràfica.

30 Situa 10 soldats sobre una taula de manera que hi hagi 5 files de 4 soldats.

Resolució gràfica.

31 Situa 12 soldats sobre una taula de manera que hi hagi 6 files de 4 soldats.

Resolució gràfica.

32 Traça una línia poligonal de cinc segments que passi per aquests 13 punts.

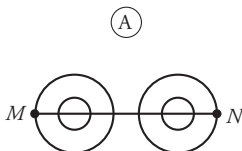
Resolució gràfica.

33 Busca la manera de dibuixar cada figura sense alçar el llapis del paper i sense repassar cap tram.



a) Des de quants de punts es pot iniciar el traçat de la figura A?

El traçat de la figura A es pot començar des dels punts M i N :



b) I el de la figura B?

Es pot començar el traçat de la figura B des de qualsevol dels seus punts.

34 De les 5000 famílies que viuen en un poble, el 4% té un vehicle tot terreny. De la resta, la tercera part no té cotxe, un altre terç té un cotxe i la resta té dos cotxes.

Quants vehicles hi ha, com a mínim, en aquesta població?

Hi ha 5000 vehicles com a mínim.

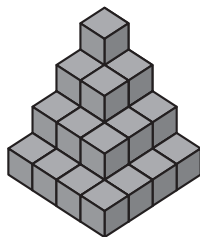
35 Aproximadament, el 30% dels caps de setmana els passem a la casa de camp que han comprat el meu pare i la meva mare.

Un de cada dos caps de setmana en què vaig al camp coincideixo amb la meravellosa Maria, que viu al xalet del costat.

Demà passat és dissabte. Quina probabilitat tinc de veure la Maria?

La probabilitat és d'un 15%, aproximadament.

36 Quants cubs componen aquesta figura? Quants cubs hi ha que no veus?



En la figura hi ha 30 cubs, dels quals 14 no es veuen.

37 Un *aizkolar* tarda un quart d'hora a tallar un tronc en tres parts. Quant tarda a tallar un altre tronc del mateix gruix en sis parts?

Dos talls. En dos talls tarda 15 minuts. En cinc talls tardarà 37 minuts 30 segons.

38 Hem construït un prisma recte de base rectangular amb 60 cubets de fusta d'un centímetre d'aresta. Quina és l'altura del prisma, si sabem que el perímetre de la base fa 14 cm?

Atenció: Hi ha més d'una solució.

Si anomenem a i b els dos costats de la base del prisma i c l'altura, existeixen tres possibilitats:

a) $a = 1$; $b = 6$; $c = 10$ b) $a = 2$; $b = 5$; $c = 6$ c) $a = 3$; $b = 4$; $c = 5$

39 A la terrassa d'un bar hi acudeixen a dinar unes quantes colles d'amics. La mestressa col·loca en cada cas una filera de taules quadrades, més o menys llarga, segons el nombre de persones de la colla.

Així, per exemple, en una filera de tres taules hi caben 8 persones:

Quantes persones poden seure en una filera de 6 taules? I en una de 10 taules? I en una de n taules?

En una filera de 6 taules poden seure 14 persones.

En una filera de 10 taules podrien seure 22 persones.

En una filera de n taules podrien seure:

$$2 \cdot n + 2 = 2(n + 1) \text{ persones.}$$

40 Quantes vegades s'utilitza la xifra 9 en escriure tots els nombres del 0 al 1000?

S'utilitza 300 vegades.

41 Quants capicues hi ha de quatre xifres en què les dues xifres extremes sumen tant com les dues xifres centrals?

Existeixen nou nombres capicues de quatre xifres amb la condició requerida:

1 111 2 222 3 333 4 444 5 555
6 666 7 777 8 888 9 999

42 En Juli tenia a la butxaca monedes d'1 €, de 0,50 €, de 0,20 € i de 0,10 €. Ha comprat una revista de 3 euros utilitzant sis monedes.

Quines monedes ha utilitzat?

Busca totes les solucions possibles.

Hi ha dues solucions:

- Dues monedes d'1 €, una de 0,50 €, dues de 0,20 € i una de 0,10 €.
- Sis monedes de 0,50 €.

43 Quants trams de carretera calen per comunicar quatre ciutats de forma que des de cadascuna es pugui arribar a l'altra sense passar per una de tercera?

I per a comunicar cinc ciutats?

I per a comunicar n ciutats?

Per comunicar 4 ciutats fan falta 6 trams de carretera. Per a comunicar 5 ciutats fan falta 10 trams de carretera. Per a comunicar n ciutats, farien falta:

$$\frac{n \cdot (n - 1)}{2} = \frac{n^2 - n}{2} \text{ carreteres}$$

44 Avui és l'últim dia d'acampada i tenim per a berenar frankfurts. El cas és que som 18, tots amb molta gana, i només ens queden 30 frankfurts. A mi, m'ha tocat fer-ne el repartiment.

Quin és el mínim nombre de talls que necessito fer per a donar-ne a tots la mateixa quantitat?

Toquen a cadascú $1 + \frac{2}{3}$. N'hi ha prou a tallar 12 salsitxes.

45 En Joan vol fregir tres filets. Cadascun ha d'estar a la paella cinc minuts per cada banda. Però a la paella només n'hi caben dos. Com ho ha de fer per tardar el menor temps possible?

El mínim temps possible necessari és 15 minuts.

46 En Joan ha de tenir al forn un pollastre durant 15 minuts exactament. Però se li ha trencat el rellotge. Disposa de dos rellotges de sorra que mesuren 7 minuts i 11 minuts, respectivament. Com aconsegueix cronometrar amb aquests rellotges els 15 minuts?

Deixa caure la sorra en els dos rellotges alhora. Quan el de 7 minuts hagi acabat, en el d'11 minuts queda arena per a 4 minuts. Gira el rellotge perquè no corri ni un segon d'aquests quatre minuts, posa el pollastre al forn i torna a plantar el rellotge. Quan s'acabi la sorra (4 minuts després), fa la volta al rellotge i compta els 11 minuts restants.

47 Ara en Joan ha de cronometrar els 45 minuts que tarda a fer-se un cuinat. Per a això, disposa de dues metxes. Cadascuna tarda 1 h a consumir-se. Però la velocitat amb què es consumeixen és irregular (és a dir, en $1/4$ d'hora no té per què gastar-se $1/4$ de la llargària de la metxa). Així i tot, aconsegueix cronometrar amb les metxes els 45 minuts. Com ho fa?

Una pista important: com cronometraries mitja hora amb una sola metxa?

Si una metxa s'encén simultàniament pels dos extrems, es consumeix en mitja hora. Per tant, encenem simultàniament la metxa A pels dos extrems i la metxa B només per un. Quan A s'hagi consumit, queda mitja hora en la metxa B. Si l'encenem ara també per l'altre extrem, es consumirà en la meitat de temps: un quart d'hora. Per tant, el procés dura 45 minuts.

48 En Joan és a la seva casa de camp. Només disposa d'un rellotge de paret que se li ha parat, però pot posar-lo en marxa donant-hi corda. Va a cal seu amic Carles, que es troba a uns 3 km de distància on hi ha un altre rellotge com el seu. Passa un temps xarrant amb ell i, quan en torna, posa el rellotge a l'hora amb una precisió raonable.

Per a això, quines altres coses ha fet que no descrivim aquí?

L'Anselm, abans de sortir, dóna corda al seu rellotge i el posa a una hora qualsevol, per exemple, a les 12 h, i se'n va immediatament. Quan arriba a casa d'en Carles, es fixa en l'hora que marca el rellotge. Per exemple, les 5 h 40 min. Quan surt, torna a mirar l'hora, per exemple les 7 h 05 min. Quan arriba a sa casa, el rellotge marca, per exemple, les 2 h i 55 min.

Fem comptes:

Es troba fora de casa	2 h 55 min
Es troba a casa d'en Carles	1 h 25 min
Va caminant	1 h 30 min

Per tant, cada tram, d'anada i tornada, li suposa 45 min. Com que sortí de casa d'en Carles a les 7 h 05 min, quan arriba a casa seva són les 7 h 50 min. Ara pot posar el seu rellotge en hora.

49 Un grup d'amics va a dinar a un restaurant xinès. Cada dos compren un plat d'arròs; cada tres, un de tallarines, i cada quatre, un de carn. En total, els han servit 65 plats. Quants amics han anat a dinar?

Anaren 60 amics a dinar.

50 En un saló de te se serveixen únicament te i pastes. Cada te val 1,2 euros i cada pasta 2 euros. Uns quants amics fan, tots, la mateixa consumició. La quantitat ascendeix a 53,20 euros. Què ha pres cadascú? Quants eren?

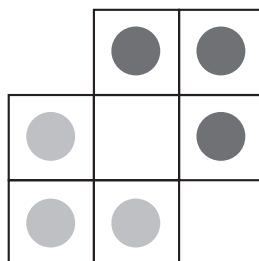
Acudiren 7 amics i cadascú prengué 3 tes amb 2 pastes.

51 Un joc entre dos consisteix que cadascú digui un nombre, alternativament, de l'1 al 7. Els nombres es van sumant i guanya el qui arriba a 50 sense passar-se'n.

Quina estratègia ha de seguir el primer jugador per guanyar amb seguretat?

L'estratègia guanyadora consisteix a començar amb 2, i, si el company diu un nombre x , s'ha de contestar amb $8 - x$.

52 Objectiu: intercanviar les fitxes vermelles i les fitxes blaves amb el mínim nombre de moviments:



Regles:

- Una fitxa pot moure's a la casella contigua buida.
- Una fitxa pot saltar sobre una altra de diferent color per caure en una casella buida.

Resposta oberta, amb diverses possibilitats.