## Reflexiona

■ **El capità del vaixell mesura amb el regle la distància entre dos punts del mapa. Hi ha 11,3 cm. Quina és la distància real entre aquests dos punts?**

113 km en la realitat.

■ **Si sabem que el capità fa 1,80 m d'alçada, quina és la longitud real del peix que veiem en la fotografia?**

El peix mesura, en la realitat, 1,2 m.

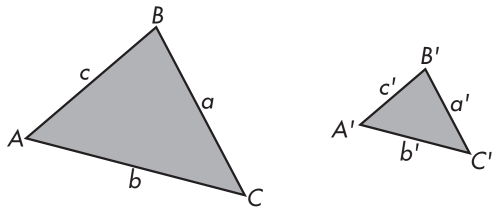
■ **La maqueta del vaixell és feta de manera que una longitud d'1 cm correspon a 1 m en la realitat. Si el volum d'aigua que desplaça la maqueta quan s'enfonsa fins a la línia de flotació és de 5 600 cm$^3$, quin és el volum d'aigua que desplaça el vaixell?**

El vaixell desplaça 5 600 m$^3$ d'aigua.

## Et convé recordar

**Com es designen els triangles**

■ **Els dos triangles següents tenen els angles iguals. Els costats del segon són la meitat que els del primer. Expressa aquestes relacions utilitzant la nomenclatura adequada.**




**Per exemple:**

$\hat{A} = \hat{A}$

$a = 2a'$, **o bé** $\overline{BC} = 2\overline{B'C'}$

**Continua tu.**

***A'* es llegeix "*A prima*". Anàlogament *a'*, *B'*, *c'* ...**

$\hat{A} = \hat{A}'$ $\quad \hat{B} = \hat{B}'$ $\quad \hat{C} = \hat{C}'$

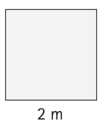
$a = 2a'$ o $\overline{BC} = 2\overline{B'C'}$

$b = 2b'$ o $\overline{AC} = 2\overline{A'C'}$

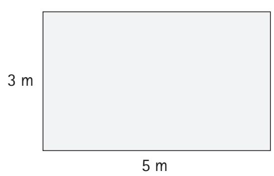
$c = 2c'$ o $\overline{AB} = 2\overline{A'B'}$

**Àrees de figures planes**

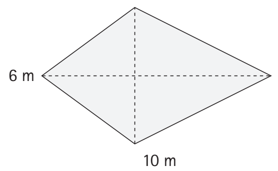
■ **Calcula les àrees:**



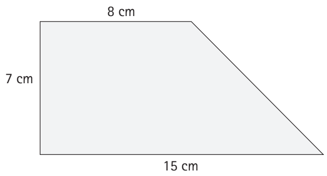

$\rightarrow S = 2^2 = 4$ m$^2$



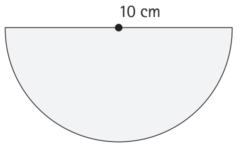

$\rightarrow S = 3 \times 5 = 15$ m$^2$



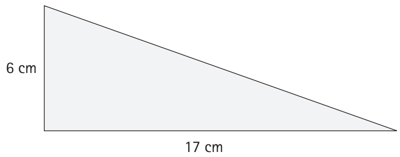

$\rightarrow S = \dfrac{10 \times 6}{2} = 30\ m^2$




$\rightarrow S = \dfrac{(8 + 15) \times 7}{2} = 420\ cm^2$

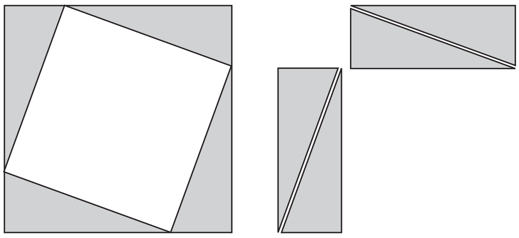



$\rightarrow S = \pi \cdot (5)^2 = 78{,}54\ cm^2$



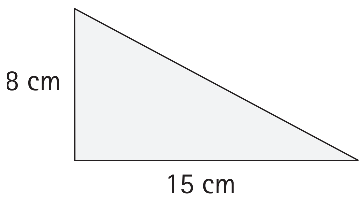

$\rightarrow S = \dfrac{6 \times 17}{2} = 51\ dm^2$

**6.1 Dibuixa en un paper a part un quadrat com els de dalt, de costat b + c. Retalla'l.**
**Dibuixa quatre triangles rectangles petitons iguals, de costats a, b i c. Retalla'ls.**
**Situa els triangles petitons sobre el quadrat d'una forma (I) o de l'altra (II), i podràs reproduir les dues composicions de més amunt. Es demostra, així, el teorema de Pitàgores.**



Resolució gràfica.

**6.2 Calcula la longitud de la hipotenusa.**

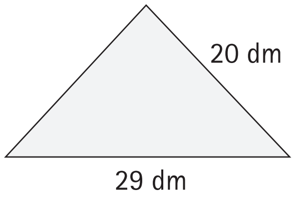



$a^2 = b^2 + c^2$

$a = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$ cm

La hipotenusa fa 17 cm.

**6.3** **Calcula la longitud del catet desconegut.**




$a^2 = b^2 + c^2$

$b^2 = a^2 - c^2$

$b = \sqrt{a^2 + c^2} = \sqrt{29^2 - 20^2} = \sqrt{441} = 21$ El catet fa 21 dm.

**6.4** **Els catets d'un triangle rectangle fan 33 m i 27 m. Calcula la longitud de la hipotenusa aproximant fins als decímetres.**

$a = \sqrt{33^2 + 27^2} = \sqrt{1818} = 42{,}64$ m La hipotenusa fa 426 dm.

**6.5** **La hipotenusa d'un triangle rectangle fa 24 dm, i un catet, 19 dm. Calcula la longitud de l'altre catet aproximant fins als centímetres.**

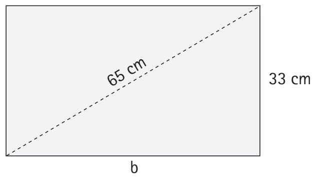
$c = \sqrt{24^2 + 19^2} = \sqrt{215} = 14{,}66$ dm

El catet fa 147 cm.

**6.6** **La diagonal d'un rectangle mesura 65 cm i un dels costats, 33 cm. Calcula'n l'àrea.**

$b = \sqrt{65^2 - 33^2} = \sqrt{3136} = 56$ cm

$A = 56 \text{ cm} \cdot 33 \text{ cm} = 1\,848 \text{ cm}^2$

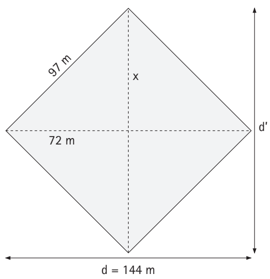



**6.7** **El costat d'un rombre fa 97 m i una de les diagonals, 144 m. Calcula'n l'àrea.**

$x = \sqrt{97^2 - 72^2} = \sqrt{4225} = 65$ m

$d' = 65 \cdot 2 = 130$ m

$$x = \frac{144 \cdot 130}{2} = 9\,360 \text{ m}^2$$

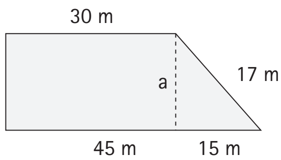



**6.8** **En un trapezi rectangle, les bases mesuren 45 m i 30 m, respectivament, i el costat oblic, 17 m. Calcula'n l'àrea.**

$45 - 30 = 15$ m

$a = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$ m

$$A = \frac{(30 + 43) \cdot 8}{2} = 292 \text{ m}^2$$

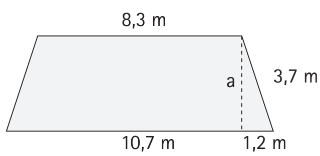



**6.9** **Calcula l'àrea d'un trapezi isòsceles les bases del qual fan 8,3 m, 10,7 m i l'altre costat, 3,7 m.**

$10{,}7 - 8{,}3 = 2{,}4 \text{ m} : 2 = 1{,}2$ m

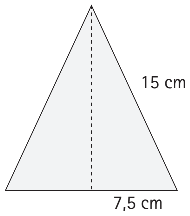
$a = \sqrt{3{,}7^2 - 1{,}2^2} = 3{,}5$ m

$$A = \frac{(10{,}7 + 8{,}3) \cdot 3{,}5}{2} = 33{,}25 \text{ m}^2$$



**6.10** **Calcula l'àrea d'un triangle equilàter de 15 cm de costat.**

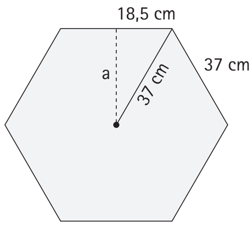
Altura: $a = \sqrt{15^2 - 7{,}5^2} = 13$ cm




Àrea: $A = \dfrac{15 \cdot 13}{2} = 97{,}5$ cm$^2$

**6.11** **Calcula l'àrea d'un hexàgon regular de 37 cm de costat.**

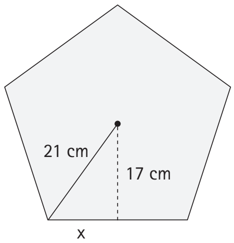
Apotema: $a = \sqrt{37^2 - 18{,}5^2} = 32$ cm




Àrea: $A = \left(\dfrac{37 \cdot 32}{2}\right) \cdot 6 = 3\,552$ cm$^2$

**6.12** **Calcula l'àrea d'un pentàgon regular de 21 cm de radi i apotema de 17 cm.**

$x = \sqrt{21^2 - 17^2}\ \sqrt{152} = 12{,}33$ cm
costat = 24,66 cm
Perímetre = 24,66 · 5 = 123,3 cm



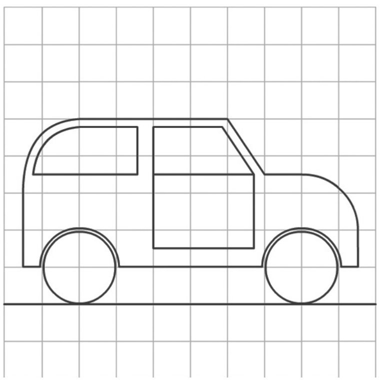

Àrea = $\dfrac{123{,}3 \cdot 17}{2} = 1\,048$ cm$^2$

**6.13** **En una circumferència de radi 29 cm tracem una corda de 29 cm. Calcula l'àrea del triangle amb base a aquesta corda i vèrtex oposat en el centre de la circumferència.**

$x = \sqrt{29^2 - (14{,}5)^2} = 25$ cm

$A = \dfrac{29 \cdot 25}{2} = 362{,}5$ cm$^2$

**6.14** **Agafa un full de paper quadriculat i dibuixa-hi una ampliació del dibuix de baix al doble de les dimensions.**



Construcció.

**6.15** **Dibuixa un triangle de costats 3 cm, 4 cm i 5 cm. Construeix un altre triangle els costats del qual siguin el doble de llargs.**

**Observa que ambdós triangles tenen la mateixa forma, és a dir, són semblants. Quina és la raó de semblança?**

Construcció.

**6.16** **Les dimensions d'un rectangle són 2 cm i 3 cm. Quins dels rectangles següents són semblants? Digues, en els casos en què ho siguin, quina és la raó de semblança:**

**a) 36 cm i 54 cm** **b) 12 cm i 20 cm**

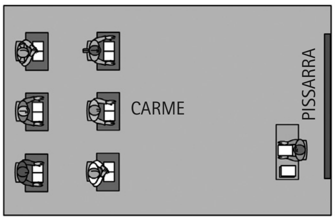
**c) 10 cm i 15 cm** **d) 45 cm i 70 cm**

a) Sí que és semblant. La raó de semblança és 18 $\rightarrow \frac{36}{2} = \frac{54}{3}$

b) No és semblant al primer rectangle. $\rightarrow \frac{22}{2} \neq \frac{20}{3}$

c) Sí que és semblant. La raó de semblança és 5 $\rightarrow \frac{10}{2} = \frac{15}{3}$

**6.17** **Aquest és el plànol d'una classe. Calcula'n les dimensions, la superfície i la distància a què es troba na Carme de la pissarra.**

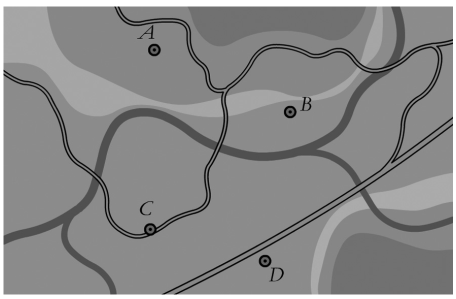



ESCALA 1 : 250

| | Ample de la classe | Llarg de la classe |
|---|---|---|
| **Pla** | 4,6 cm | 7,2 cm |
| **Realitat** | 11,5 m | 18 m |

| | Superficie de la classe | Distància Carme-Pissarra |
|---|---|---|
| **Pla** | 33,12 $cm^3$ | 4,5 cm |
| **Realitat** | 207 $m^2$ | 11,25 m |

**6.18** **Sabem que la distància real del punt *A* al *B* és de 8 km. Calcula l'escala d'aquest plànol i les distàncies reals *AC*, *AD* i *CD*.**



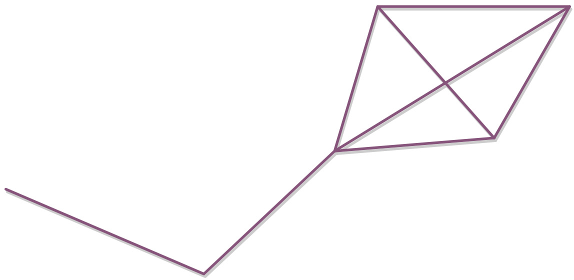
L'escala és 1:320 000

$\overline{AC}$ real = 9,6 km

$\overline{AD}$ real = 12,8 km

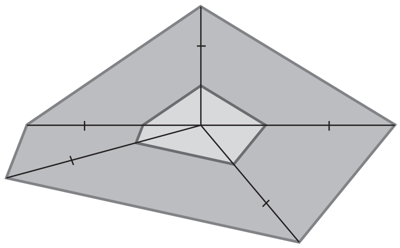
$\overline{CD}$ = 6,4 km

**6.19** **Dibuixa en el quadern una figura semblant a aquesta i amplia-la al doble de dimensions mitjançant el mètode de projecció.**



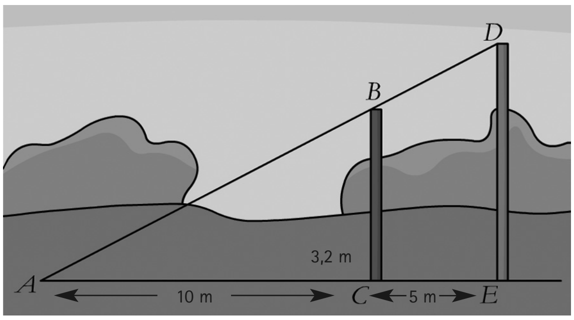
Construcció

**6.20** **Dibuixa en el quadern un pentàgon irregular. Redueix el pentàgon a la tercera part i projecta'l des d'un punt interior. Torna-ho a fer prenent-ne com a punt de projecció un dels vèrtexs.**



Construcció

**6.21** ***BC* i *DE* són dos pals clavats verticalment a terra.**




***ABD* és una corda tensa.**

***ACE* és el nivell del terra.**

**Tingues en compte les mesures que apareixen en la il·lustració i calcula l'alçària del pal vermell.**

El pal vermell mesura 4,8 m.

**6.22** **En el triangle *ABC*, $\hat{A}$ = 33° i $\hat{C}$ = 90°.**

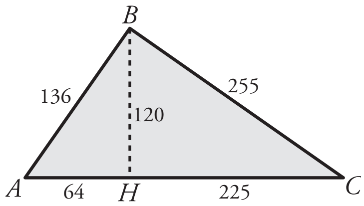
**En el triangle A'B'C', $\hat{B}'$, = 57° i $\hat{C}'$ = 90°.**

**Explica per què són semblants.**

En el triangle *ABC*, $\hat{B}$ = 90° – 33° = 57°.

Per tant, els triangles *ABC* i *A'B'C'* són rectangles amb un angle agut igual. Són, per tant, semblants.

**6.23** **Demostra que els triangles *ABC*, *AHB* i *BHC* són semblants, comprovant que els costats són proporcionals.**




• *ABC* semblant a *AHB*:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{HB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{136}{64} = \frac{255}{120} = \frac{289}{136} = 2{,}125$$

• *AHB* semblant a *BHC*:

$$\frac{\overline{BH}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{HC}}{\overline{HB}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{120}{64} = \frac{225}{120} = \frac{225}{136} = 1{,}875$$

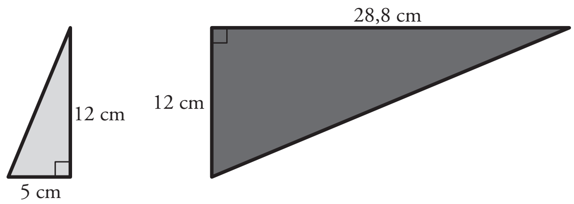
**6.24** **Explica per què dos triangles rectangles isòsceles són semblants.**

Els dos triangles tenen un angle igual: el recte.

I els altres dos també són iguals dos a dos.

$\frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45°$ mesura cadascun dels altres angles.

**6.25** **Explica per què els triangles adjunts són semblants.**




Els dos triangles tenen un angle igual, el recte, i dos costats proporcionals.

$$\frac{15}{12} = \frac{12}{28{,}8}$$

Pel tercer criteri de semblança, els triangles són semblants.

**6.26** **Calcula l'alçària d'un edifici que projecta una ombra de 49 m en el moment en què una estaca de 2 m projecta una ombra d'1,25 m.**

L'edifici mesura 78,4 m.

**6.27** **Les ombres d'aquests arbres feien, a les cinc de la tarda, 12 m, 8 m, 6 m i 4 m, respectivament. L'arbre petit fa 2,5 m. Quina mida tenen els altres?**

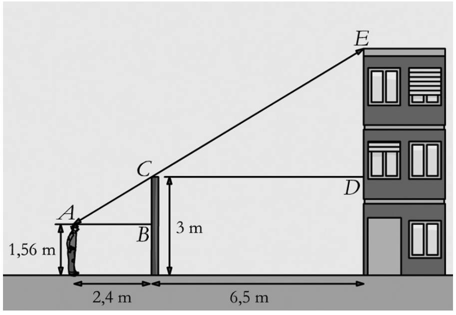
Els altres tres arbres mesuren 7,5 m, 5 m i 3,75 m.

**6.28** **Observa quin mètode tan enginyós utilitza en Ramon per calcular l'alçària de l'edifici:**
**Se situa de tal manera que la part alta de la reixa i la part alta de l'edifici li queden alineades amb els ulls. Marca la seva posició i pren les mides que veiem en el dibuix.**

**a) Explica per què els triangles *ABC* i *CDE* són semblants.**

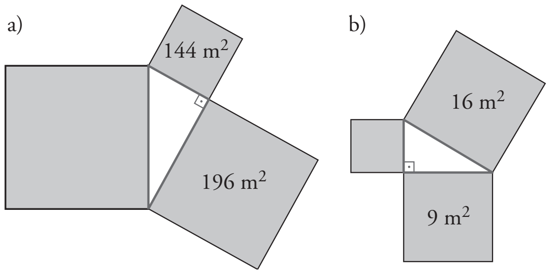
**b) Calcula $\overline{ED}$.**

**c) Calcula l'alçària de l'edifici.**



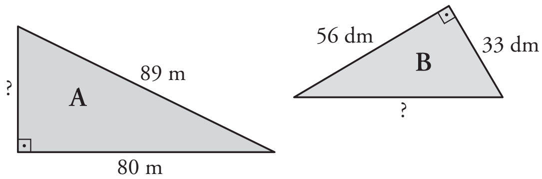

a) L'angle *A* del triangle *ABC* i l'angle *C* del triangle *CDE* són iguals (*AB* i *CD* són paral·lels).
L'angle *B* del triangle *ABC* i l'angle *D* del triangle *CDE* són iguals (*AB* i *CD* són paral·lels i l'edifici i la tanca són paral·lels).
L'angle *C* del triangle *ABC* i l'angle *E* del triangle *CDE* són iguals (l'edifici i la tanca són paral·lels).
Pel primer criteri de semblança de triangles, *ABC* i *CDE* són semblants.
b) $\overline{ED}$ = 3,9 m
c) 6,9 m

**6.29** **Digues el valor de l'àrea del quadrat verd en cadascun dels casos següents:**




a) A = 144 + 196 = 340 m$^2$
b) A = 16 – 9 = 7 m$^2$

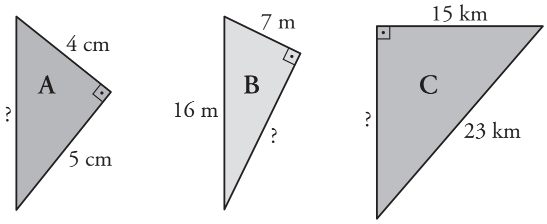
**6.30** **Calcula el costat desconegut d'aquests triangles:**




a) $c = \sqrt{89^2 - 80^2} = 31$ m

b) $c = \sqrt{56^2 + 33^2} = 65$ dm

**6.31** **Calcula el costat desconegut dels triangles rectangles següents, aproximant fins a les dècimes:**




a) $c = \sqrt{4^2 + 5^2} = 6,4$ cm

b) $c = \sqrt{16^2 - 7^2} = 14{,}4$ m

c) $c = \sqrt{23^2 - 15^2} = 17{,}4$ m

**6.32** Exercici resolt.

**6.33** **Digues si els triangles següents són rectangles, acutangles o obtusangles:**

**I.** $\boldsymbol{a = 61}$ **m,** $\boldsymbol{b = 60}$ **m,** $\boldsymbol{c = 11}$ **m**

**II.** $\boldsymbol{a = 18}$ **cm,** $\boldsymbol{b = 15}$ **cm,** $\boldsymbol{c = 12}$ **cm**

**III.** $\boldsymbol{a = 30}$ **m,** $\boldsymbol{b = 24}$ **m,** $\boldsymbol{c = 11}$ **m**

I. $a^2 = 3721$

$b^2 = 3600$

$c^2 = 121$

$$\left.\begin{array}{l} a^2 + b^2 = 7321 \\ c^2 = 121 \end{array}\right\} a^2 + b^2 > c^2 \rightarrow \text{El triangle és acutangle.}$$

II. $a^2 = 324$

$b^2 = 225$

$c^2 = 144$

$$\left.\begin{array}{l} a^2 + b^2 = 594 \\ c^2 = 144 \end{array}\right\} a^2 + b^2 > c^2 \rightarrow \text{El triangle és acutangle.}$$

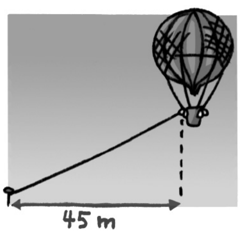
III. $a^2 = 900$

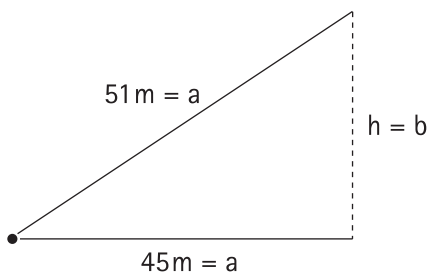
$b^2 = 576$

$c^2 = 121$

$$\left.\begin{array}{l} a^2 + b^2 = 1476 \\ c^2 = 121 \end{array}\right\} a^2 + b^2 > c^2 \rightarrow \text{El triangle és acutangle.}$$

**6.34** **Un globus aerostàtic està lligat al terra amb una corda. Ahir, que no feia vent, el globus estava a 51 m d'altura. Avui fa vent i la vertical del globus s'ha allunyat 45 m de l'amarrador. A quina altura és avui el globus?**



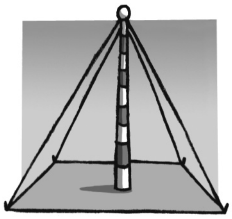

$a^2 = b^2 + c^2$

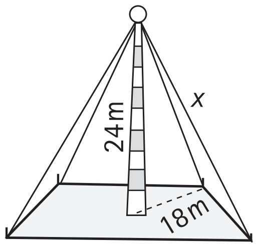
$b^2 = a^2 - c^2$

$b^2 = 51^2 + 45^2$

$b = 24$ m

**6.35** **Per assegurar una antena de 24 m d'altura, es col·locaran quatre corretges a l'extrem superior de l'antena que es lligaran a terra, a 18 m de la base. Quants metres de cable fan falta per a les corretges?**

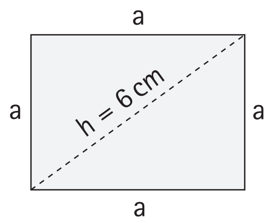





$x = \sqrt{24^2 - 18^2}$

$x = 30$ m

**6.36** **Quant mesura el costat del quadrat la diagonal del qual fa 6 cm?**




$h^2 = a^2 + b^2$

$6^2 = a^2 + a^2$

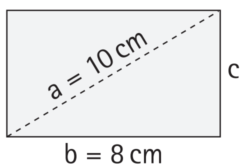
$6^2 = 2a^2$

$\frac{36}{2} = a^2$

$a^2 = 18$

$a = 4{,}24$ cm

**6.37** **La diagonal d'un rectangle fa 10 cm i un dels costats, 8 cm. Calcula la longitud de l'altre costat.**



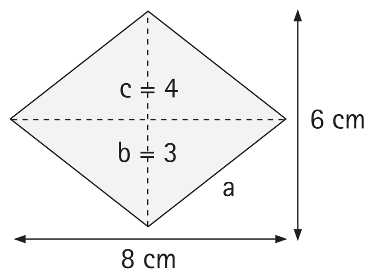

$a^2 = b^2 + c^2$

$c^2 = a^2 - b^2$

$c^2 = 10^2 - 8^2$

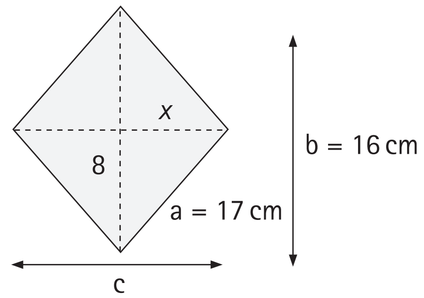
$c = 6$ cm

**6.38** **Calcula el costat d'un rombe les diagonals del qual fan 6 cm i 8 cm.**




$a^2 = b^2 + c^2$ $\quad a^2 = 3^2 + 4^2$ $\quad a = 5$ cm

**6.39** **Una de les diagonals d'un rombe fa 16 cm, i el costat, 17 cm. Quant mesura l'altra diagonal?**



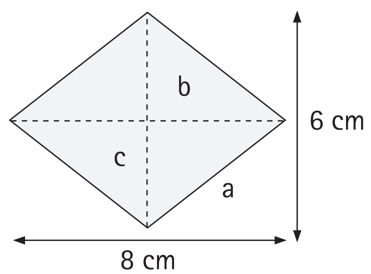

$a^2 = 8^2 + x^2$

$17^2 = 8^2 + x^2$

$x = \sqrt{225} = 15$ cm

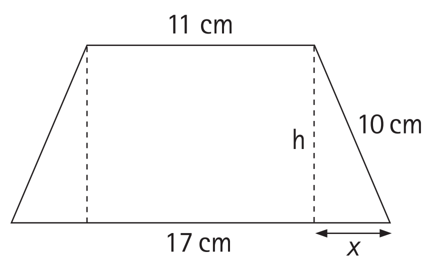
$c = 2 \times 15 = 30$ cm

**6.40** **Dibuixa un rombe de diagonals 6 cm i 8 cm. Calcula la longitud del costat i comprova el resultat sobre el dibuix.**




$a^2 = b^2 + c^2$ $\quad a^2 = 4^2 + 3^2$ $\quad a = 5$ cm

**6.41** **Dibuixa un trapezi rectangle els costats paral·lels del qual fan 17 cm i 11 cm, i el costat oblic, 10 cm. Primer hauràs d'esbrinar quant mesura l'altura.**

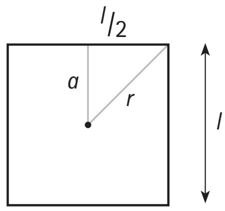



$x = \dfrac{17 - 11}{2} = 3$ cm

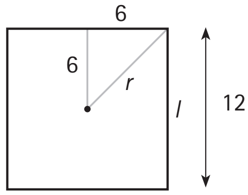
$h^2 = 10^2 - 3^2$

$h = 9{,}5$ cm

**6.42** **Quina és la longitud de l'apotema d'un quadrat en relació al seu costat? Calcula el radi d'un quadrat el costat del qual fa 12 cm, amb dues xifres decimals.**



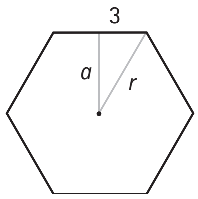

apotema (a) = $\frac{l}{2}$




r = $\sqrt{6^2 + 6^2}$

r = 8,49 cm

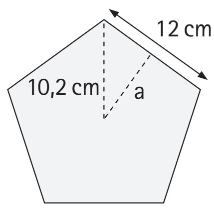
**6.43** **Recorda que en l'hexàgon regular el costat és igual que el radi. Calcula la longitud de l'apotema d'un hexagon regular de costat 6 cm, amb una xifra decimal.**




$6^2 = a^2 + 3^2$

a = $\sqrt{36 - 9}$ = 5,2 cm

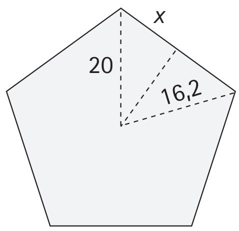
**6.44** **El costat d'un pentàgon regular fa 12 cm, i el seu radi, *r* = 10,2 cm. Calcula'n l'apotema amb una xifra decimal.**




$(10,2)^2 = a^2 + 6^2$

a = $\sqrt{68,04}$ = 8,2 cm

**6.45** **El radi d'un pentàgon regular fa 20 cm, i la seva apotema, 16,2 cm. Calcula'n la longitud del costat, amb una xifra decimal.**

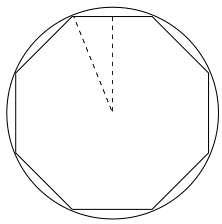



$20^2 = (16,2)^2 + x^2$

$x = \sqrt{137,56} = 11,7$ cm

costat $= 2 \cdot 11,7 = 23,4$ cm

**6.46** **El costat d'un octàgon regular fa 8 cm, i l'apotema, 9,6 cm. Calcula el radi de la circumferència circumscrita al polígon.**

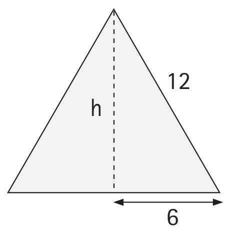


radi octàgon = radi circumferència

$r = \sqrt{4^2 + 9,6^2}$

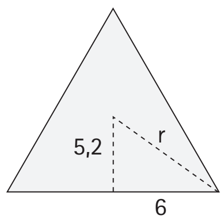
$r = 10,4$ cm

**6.47** **Calcula, amb una xifra decimal, l'altura d'un triangle equilàter de 12 cm de costat. Quant mesuren l'apotema i el radi?**




$12^2 = h^2 + 6^2$

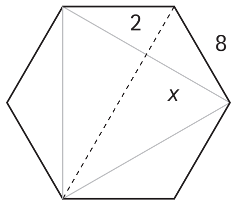
$h = \sqrt{108} = 10,4$ cm




apotema $= \dfrac{10,4}{2} = 5,2$ cm

$r = \sqrt{6^2 + (5,2)^2} = 7,9$ cm

**6.48** **El costat de l'hexàgon exterior fa 8 cm. Calcula'n el radi, l'apotema i el costat del triangle blau.**




$8^2 = 2^2 + x^2$

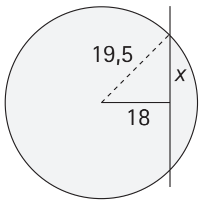
$x = \sqrt{60} = 7{,}7$ cm

costat triangle = $2 \cdot 7{,}7 = 15{,}5$ cm

apoema = 2 cm

radi = 8 cm

**6.49** **Una recta passa a 18 cm del centre d'una circumferència de radi 19,5 cm. La recta talla la circumferència? Calcula la longitud de la corda que determina aquesta.**




La recta talla la circumferència

$(19{,}5)^2 = 18^2 + x^2$

$x = \sqrt{50{,}25} = 7{,}5$ cm

long. corda = $2 \cdot 7{,}5 = 15$ cm

## Àrees i perímetres utilitzant el teorema de Pitàgores

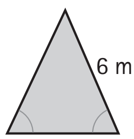
**De cada una de les figures acolorides següents, calcula'n l'àrea i el perímetre. Per fer-ho, hauràs de calcular el valor d'algun altre element (costat, diagonal, apotema, angle...) Si no és exacte, calcula'n una xifra decimal.**

**6.50**

a) $x = \sqrt{6^2 - (2{,}5)^2} = 5{,}5$

Perímetre = 6 + 6 + 5 = 17 m

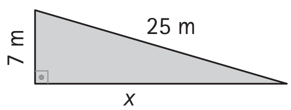
Àrea = $\dfrac{5 \cdot 5{,}5}{2} = 13{,}6$ m$^2$




b) $x = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24$

Perímetre = 7 + 25 + 24 = 56 m

Àrea = $\dfrac{24 \cdot 7}{2} = 84$ m$^2$

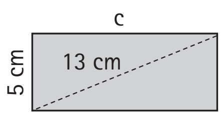



**6.51**

a) $x = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ cm

Perímetre = 5 + 12 + 5 + 12 = 34 cm

Àrea = $5 \cdot 12 = 60$ cm$^2$

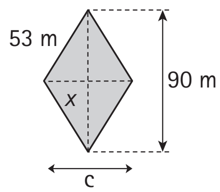


b) $x = \sqrt{53^2 - 45^2} = 28$

$c = 28 \cdot 2 = 56$

Perímetre = $4 \cdot 53 = 212$ m

Àrea = $\dfrac{90 \cdot 56}{2} = 2\,520$ m$^2$




**6.52**

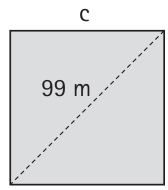
a) $c^2 + c^2 = 99^2$

$2c^2 = 99^2$

$c = 70{,}0$ m

Perímetre = $4 \cdot 70{,}0 = 280{,}0$ m

Àrea = $70{,}0^2 = 4900{,}5$ m$^2$

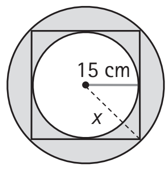



b) $x = \sqrt{15^2 + 15^2}$

$x = 21{,}2$ cm

Perímetre = $2 \cdot \pi \cdot 21{,}2 = 133{,}2$ cm

Àrea = $\pi \cdot 21{,}2^2 - \pi \cdot 15^2 = 225\pi = 706{,}9$ cm$^2$



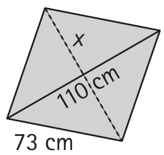

**6.53**

a) $x = \sqrt{73^2 - 55^2} = 48$

$x = 2 \cdot 48 = 96$

Perímetre = $4 \cdot 73 = 292$ cm

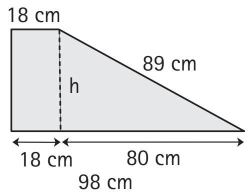
Àrea = $\dfrac{110 \cdot 96}{2} = 5\,280$ cm$^2$




b) $x = \sqrt{89^2 - 80^2} = 39$

Perímetre = $18 + 89 + 98 + 39 = 244$ cm

Àrea = $18 \cdot 39 + \dfrac{80 \cdot 39}{2} = 2\,262$ cm$^2$

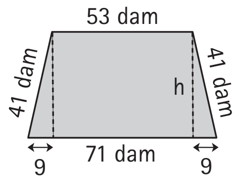



**6.54**

a) $h = \sqrt{41^2 - 9^2} = 40$

Perímetre = $41 \cdot 2 + 53 + 71 = 206$ dam

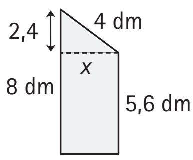
Àrea = $2 \cdot \dfrac{9 \cdot 40}{2} + 53 \cdot 40 = 2\,480$ dam$^2$




b) $h = \sqrt{4^2 - (2 \cdot 4)^2} = 3{,}2$ dm

Perímetre = $4 + 5{,}6 + 3{,}2 + 8 = 20{,}8$ dm

Àrea = $\dfrac{3{,}2 \cdot 2{,}4}{2} + 3{,}2 \cdot 5{,}6 = 21{,}76$ dm$^2$

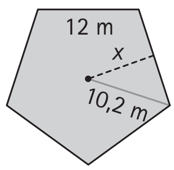



**6.55**

a) $x = \sqrt{(10{,}2)^2 - 6^2} = 8{,}2$

Perímetre = $12 \cdot 5 = 60$ m

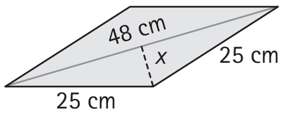
Àrea = $5 \cdot \dfrac{12 \cdot 8{,}2}{2} = 246$ m$^2$



b) $x = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$

Perímetre = $4 \cdot 25 = 100$ cm

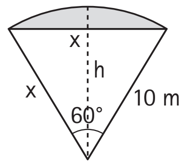
Àrea = $\dfrac{48 \cdot 14}{2} = 336$ cm$^2$




**6.56**

a) $h = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8{,}7$

Perímetre = $\dfrac{2 \cdot \pi \cdot 10}{360} \cdot 60 = 10{,}5$ m




$$\text{Àrea} = \underbrace{\frac{\pi \cdot 10^2}{360} \cdot 60}_{\text{sector circular}} - \underbrace{\frac{10 \cdot 8{,}7}{2}}_{\text{triangle}} = 52{,}4 - 43{,}5 = 8{,}9 \text{ m}^2$$

b) $c = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2x^2}$

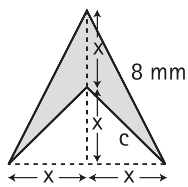
$c = 5{,}1$

Perímetre = $8 + 8 + 5{,}1 + 5{,}1 = 26{,}2$ mm

$$\text{Àrea} = \underbrace{\frac{2x - 2x}{2}}_{\text{triangle gran}} - 2 \cdot \underbrace{\frac{x \cdot x}{2}}_{\text{triangles petits}} = 2x^2 - x^2 = x^2$$

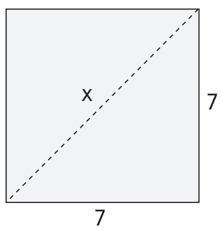
$8 = \sqrt{x^2 + (2x)^2}$; $8 = \sqrt{5x^2}$

$x = \dfrac{8}{\sqrt{5}} = 3{,}6$




Per tant, àrea = $3{,}6^2 = 12{,}8$ mm$^2$

**6.57** **Calcula la diagonal d'un quadrat de 28 cm de perímetre.**

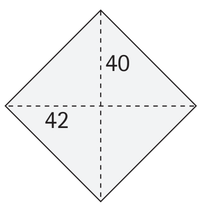



perímetre = 28 cm

$\dfrac{28}{4} = 7$ cm de costat

$x = \sqrt{7^2 + 7^2} = 9{,}9$ cm

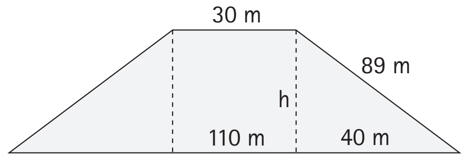
**6.58** **Calcula el perímetre d'un rombe les diagonals del qual fan 42 cm i 40 cm.**



$x = \sqrt{20^2 + 21^2} = 29$ cm

perímetre = 4 · 29 = 116 cm

**6.59** **Els costats paral·lels d'un trapezi rectangle mesuren 110 m i 30 m, i el costat oblic fa 89 m. Esbrina'n el perímetre i l'àrea.**

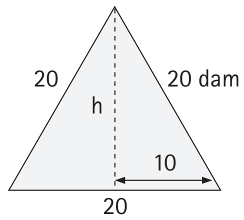



perímetre = 2 · 89 + 30 + 110 = 318 m

$x = \sqrt{89^2 + 40^2} = 79{,}5$ m

$$\text{Àrea} = \frac{(b + b') \cdot h}{2} = \frac{(110 + 30) \cdot 79{,}5}{2} = 5565 \text{ m}^2$$

**6.60** **Calcula l'àrea d'un triangle equilàter de 60 dam de perímetre.**

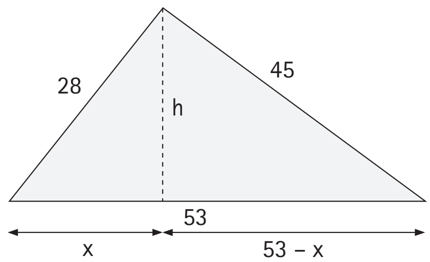



perímetre = 60 dam $\quad \frac{60}{3} = 20$ dam

$x = \sqrt{20^2 - 10^2} = 17{,}3$ dam

$$\text{Àrea} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{20 \cdot 17{,}3}{2} = 173 \text{ dam}^2$$

**6.61** **Els costats d'un triangle fan 45 cm, 28 cm i 53 cm. Comprova si és o no un triangle rectangle, calcula'n l'àrea i l'altura sobre el costat més llarg.**




a = 45

b= 28

c = 53

$a^2 + b^2 = 2809 = c^2$

per tant, és rectangle

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + h^2 = 28^2 \\ h^2 + (53 - x)^2 = 45^2 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} h^2 = 28^2 - x^2 \\ h^2 = 45 - (53 - x)^2 \end{array}\right\}$$

$28^2 - x^2 = 2025 - 2809 + 106x - x^2$

$1568 = 106x$

$x = 14{,}8$ cm, i per tant

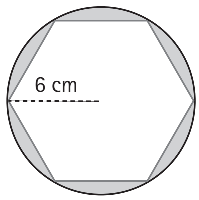
$h = 23{,}8$ cm

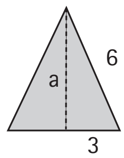
$$\text{Àrea} = \frac{53 \cdot 23{,}8}{2} = 630{,}7 \text{ cm}^2$$

**6.62** **Un hexàgon regular està inscrit en una circumferència de 6 cm de radi. Calcula l'àrea del recinte comprès entre les dues figures.**

$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5{,}2$ cm

$$\text{Àrea} = \underbrace{\pi \cdot 6^2}_{\text{Àrea circumferència}} - \underbrace{\frac{5{,}2 \cdot 6}{2} \cdot 6}_{\text{Àrea hexàgon}} = 113{,}1 - 93{,}6 = 19{,}5 \text{ cm}$$



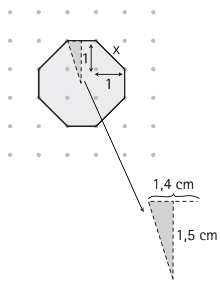

**6.63** **És regular aquest octàgon? Calcula'n l'àrea i el perímetre.**

És regular

$x = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} = 1{,}4$ cm

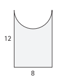
Perímetre $= 1{,}4 \cdot 8 = 11{,}3$ cm

$$\text{Àrea} = 8 \cdot \frac{1{,}4 \cdot 1{,}5}{2} = 8{,}4 \text{ cm}^2$$




**6.64** **Calcula el perímetre i l'àrea d'aquesta figura:**

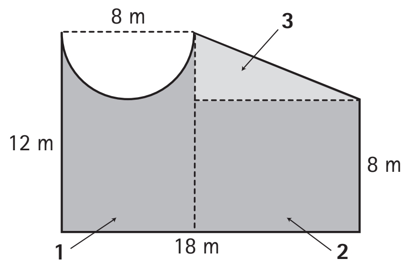
a) $\text{Perímetre} = 12 + 18 + 8 + \frac{2 \cdot \pi \cdot 4}{2} + 10{,}8 = 61{,}4$ m

b) Àrea 1 =  $= 12 \cdot 8 - \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 70{,}9 \text{ m}^2$

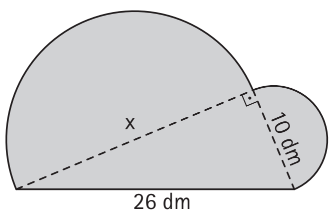
Àrea 2 $= 10 \cdot 8 = 80 \text{ m}^2$

$$\text{Àrea 3} = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20 \text{ m}^2$$

Àrea total $= 70{,}9 + 80 + 20 = 170{,}9 \text{ m}^2$




**6.65** **Calcula el perímetre i l'àrea d'aquesta figura:**

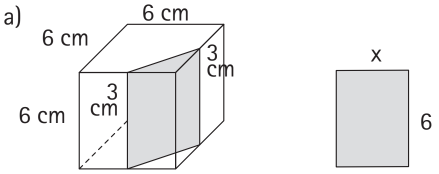


$x = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$

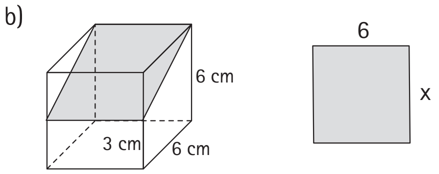
$$\text{Perímetre} = 26 + \frac{2 \cdot \pi \cdot 5}{2} + \frac{2 \cdot \pi \cdot 12}{2} = 26 + 15{,}7 + 37{,}7 = 79{,}4 \text{ dm}$$

$$\text{Àrea} = \frac{10 \cdot 24}{2} + \frac{\pi \cdot 5^2}{2} + \frac{\pi \cdot 12^2}{2} = 120 + 39{,}3 + 226{,}2 = 385{,}5 \text{ dm}^2$$

**6.66** **Calcula les dimensions i l'àrea de cadascuna de les seccions següents d'un cub:**

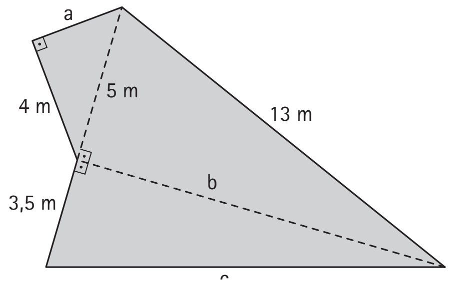



a) $x = \sqrt{3^2 + 3^2} = 4{,}2$ cm
Àrea = 4,2 · 6 = 25,5 cm$^2$




b) $x = \sqrt{3^2 + 6^2} = 6{,}7$ cm
Àrea = 6 · 6,7 = 40,2 cm$^2$

**6.67** **Calcula el perímetre i l'àrea de la figura següent:**




$a = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

$b = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

$c = \sqrt{12^2 + 3{,}5^2} = 12{,}5$
Perímetre = 4 + 3 + 13 + 12,5 + 3,5 = 36 m

$$\text{Àrea} = \frac{4 \cdot 3}{2} + \frac{12 \cdot 5}{2} + \frac{12 \cdot 3{,}5}{2} = 6 + 30 + 21 = 57 \text{ m}^2$$

**6.68** **La figura vermella no és un rombe, però té les diagonals perpendiculars. Justifica que també puguis calcular-ne l'àrea per mitjà de la fórmula:**

$$\frac{\mathbf{D \cdot d}}{\mathbf{2}}$$

on l'àrea total és

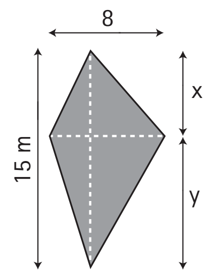
$$\frac{8 \cdot x}{2} + \frac{8 \cdot y}{2}$$

o igual

$$\frac{8(x + y)}{2}, \text{ on } (x + y) = 15$$

per tant

$$\frac{8 \cdot 15}{2} = 60 \text{ m}^2$$




**6.69** **Un menjador quadrat té una superfície de 50 m². Hem d'enrajolar-lo amb rajoles quadrades de 25 cm de costat (rajoles de 25 x 25). Quantes ens en calen?**

4 rajoles = 1 m²

50 × 4 = 200

Ens calen 200 rajoles

**6.70** **Per cobrir un pati rectangular s'han utilitzat 540 rajoles de 600 cm² cadascuna. Quantes rajoles quadrades de 20 cm de costat fan falta per cobrir el pati de la veïna, que és idèntic al primer?**

540 × 600 = 324 000 cm² (superfície del pati)

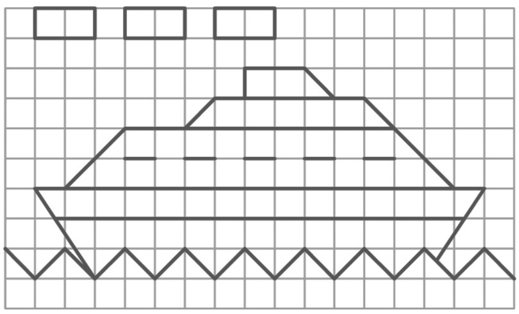
20 × 20 = 400 cm² (superficie de la rajola)

324 000 : 400 = 810

Fan falta 810 rajoles.

## Semblança de figures

**6.71** ▲△△ **Sobre un paper quadriculat, fes-hi un dibuix semblant a aquest, ampliat al triple.**



Construcció.

**6.72** ▲△△ **En un mapa a escala 1 : 50 000 la distància entre dos pobles, *P* i *Q*, és 11 cm. Quina és la distància real entre *P* i *Q*? La distància real entre uns altres dos pobles, *M* i *N*, és 18 km. A quina distància es troben en el mapa?**

Distància real entre *P* i *Q*: 5,5 km

Distància en el mapa entre *M* i *N*: 36 cm

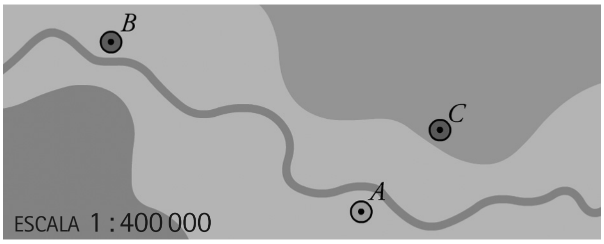
**6.73** ▲△△ **Una maqueta d'una avioneta feta a escala 1 : 50 té les mides següents:**
**llarg: 32 cm, ample: 24 cm, alt: 8 cm**
**Calcula les dimensions reals de l'aparell.**

Llarg → 16 m

Ample → 12 m

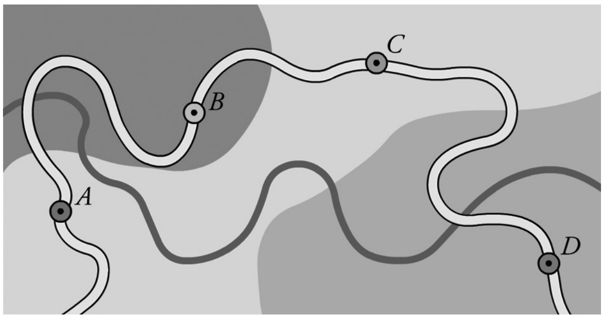
Alt → 4 m

**6.74** ▲△△ **Mesura sobre el plànol $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ i $\overline{AC}$.**
**Calcula quines són les vertaderes distàncies entre aquests tres pobles.**




$\overline{AB}$ = 16 km
$\overline{BC}$ = 18 km
$\overline{AC}$ = 6 km

**6.75** ▲△△ **Si sabem que la distància real entre *A* i *B* (en línia recta) és 6,4 km, calcula l'escala del plànol i les distàncies reals $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ i $\overline{AD}$.**




Escala → 1:320 000
$\overline{BC}$ = 8 km
$\overline{CD}$ = 11,2 km
$\overline{AD}$ = 20,8 km

**6.76** ▲△△ **La vertadera distància de Lleida a Girona, en línia recta, és de 250 km, però en un mapa és de 12,5 cm. Quina és l'escala del mapa?**

25 000 000 ——— 12,5 cm
$x$ ——— 1 cm
L'escala és 1:2 000 000

**6.77** ▲△△ **La Cecília és la nena de la dreta i fa 161 cm. Calcula les alçades dels altres tres.**

L'alçada real dels altres tres és, aproximadament, 145,6 cm, 164,8 cm i 134,2 cm.

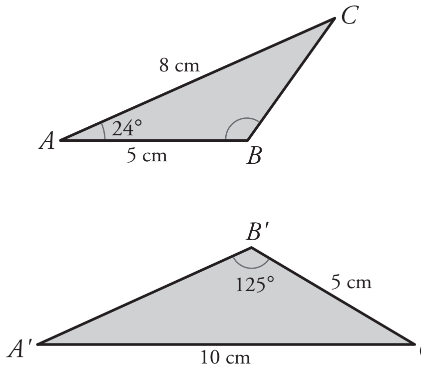
**6.78** ▲△△ **Un rectangle mesura 8 cm × 20 cm. El costat menor d'un altre rectangle semblant fa 6 cm. Calcula:**

**a) La raó de semblança per a passar del primer al segon.** 0,75

**b) El costat major del segon.** 15 cm

**c) Les àrees d'ambdós rectangles.** Àrea del primer → 160 cm²; Àrea del segon → 90 cm²

**6.79** ▲▲△ **Ens asseguren que aquests dos triangles són semblants:**




**Calcula els costats i els angles que falten a cadascun.**

$\hat{A}' = \hat{A} = 24°$

$B = \hat{B}' = 125°$

$\hat{C} = 180° - (24° + 125°) = 31° = \hat{C}'$

$\overline{BC} = 4$ cm

$\overline{A'B'} = 6{,}25$ cm

**6.80** ▲▲△ **Els costats d'un triangle fan 3 cm, 4 cm i 5 cm. En construïm un altre de semblant el costat menor del qual fa 15 cm.**

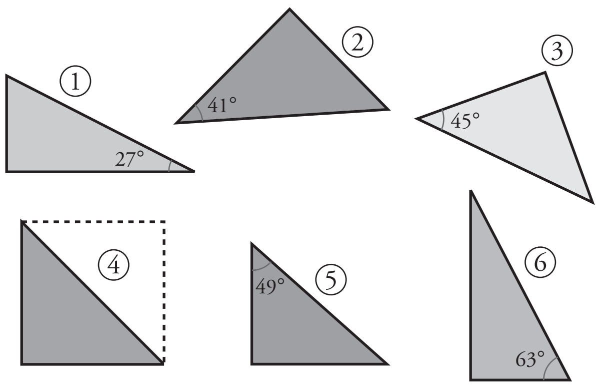
**a) Quina és la raó de semblança?** 5

**b) Calcula els altres dos costats del segon triangle.** 20 cm, 25 cm

**c) El primer triangle és rectangle. Podem assegurar que el segon també ho és?** Sí

## Criteris de semblança de triangles

**6.81** ▲▲△ **Explica per què són semblants dos triangles rectangles amb un angle agut igual. Entre aquests triangles, n'hi ha alguns de semblants. Descobreix quins són i calcula prèviament l'angle que falta a cadascun:**




Si dos triangles són rectangles i a més tenen un angle agut igual, aleshores tenen els dos angles respectivament iguals (els seus angles rectes també seran iguals); per tant, pel primer criteri de semblança, són semblants.

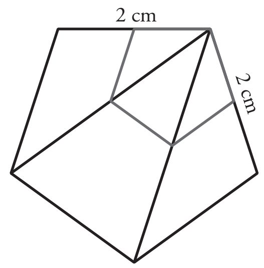
① → 63° ② → 49°
③ → 45° ④ → 45° i 45°
⑤ → 41° ⑥ → 27°

① és semblant a ⑥.
② és semblant a ⑤.
③ és semblant a ④.

## Construcció de polígons semblants

**6.82** ▲△△ **Fes en el quadern un pentàgon irregular. Amplia'l al doble de les dimensions que té:**
**a) Projecta'l des d'un punt exterior.**
**b) Projecta'l des d'un punt interior.**
**c) Projecta'l des d'un dels vèrtexs.**
Construcció.

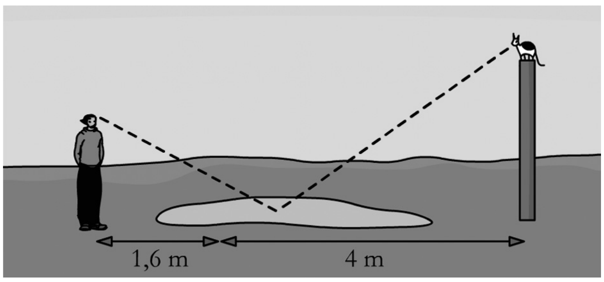
**6.83** ▲△△ **Per construir un pentàgon regular de 2 cm de costat, copiam un pentàgon regular qualsevol (figura vermella), n'allarguam dos dels cos-tats consecutius fins a 2 cm i completam una figura semblant a la vermella amb els costats paral·lels.**




**Calca en el quadern el pentàgon vermell i, amb el mateix procediment, dibuixa un pentàgon regular de 3 cm de costat.**
Construcció.

## Aplicacions de la semblança de triangles

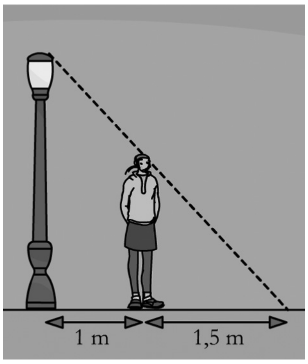
**6.84** ▲▲△ **El gat de la Pilar ha pujat dalt d'un pal. La Pilar pot veure el seu gat reflectit en un bassal. Si consideram les mides que hi ha indicades en el dibuix i l'altura dels ulls de la Pilar, 144 cm, a quina altura es troba el gat?**




El gat es troba a 3,6 m d'altura.

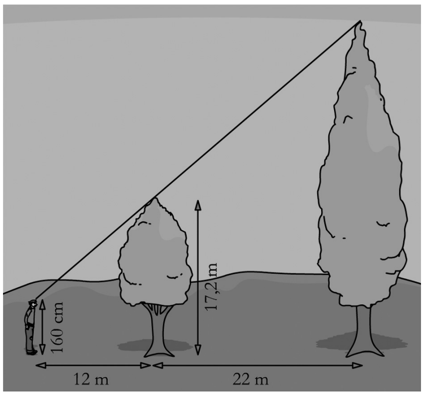
**6.85** ▲△△ **Un pi gran, a les onze del matí, projecta una ombra de 6,5 m. Pròxim al pi, una caseta de 2,8 m d'alçària projecta una ombra de 70 cm. Quina és l'alçària del pi?**
El pi mesura 26 m.

**6.86** ▲△△ **Sabent que la Clàudia té una alçada de 162 cm, calcula l'alçària del fanal.**




El fanal mesura 2,7 m.

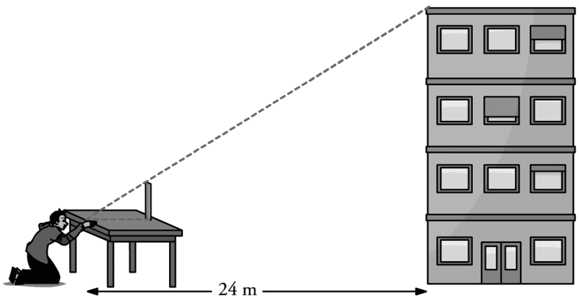
**6.87** ▲▲△ **Calcula l'alçària de l'arbre gran:**




L'arbre gran mesura 45,8 m.

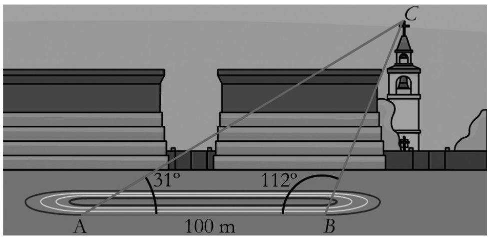
**6.88** ▲▲△ **Calcula l'alçària de l'edifici sabent que:**

- **La taula té 1 m d'alçària.**
- $\overline{AB}$ **= 80 cm.**
- $\overline{BC}$ **= 52 cm.**




L'alçària de l'edifici és de 16,6 m.

**6.89** **Des dels extrems *A* i *B* de la recta dels 100 m d'una pista d'atletisme, es pot veure la torre d'una església.**
**Mesurem els angles $\hat{A}$ = 31° i $\hat{B}$ = 112°.**
**Dibuixa en el quadern un triangle semblant, *A'B'C'*, amb $\overline{A'B'}$ = 5 cm.**
**Mesura $\overline{A'C'}$ i calcula'n la distància real, $\overline{AC}$.**




Construcció.
Mesurant s'obté $\overline{A'C'} = 7{,}8$ cm.
Per tant, $\overline{AC} = 156$ m.