

Unitat didàctica 2. Fraccions

Reflexiona

- Observa la part vermella de les figures A, B i C i completa la taula:

	Peces vermelles	Peces en total	Part vermella (fracció)	Part vermella (n. decimal)
A	2	6	$\frac{2}{6}$	0,333...
B	4	12	$\frac{4}{12}$	0,333...
C	6	18	$\frac{6}{18}$	0,333...

- Quina d'aquestes fraccions és més gran: $\frac{2}{6}$; $\frac{4}{12}$; $\frac{6}{18}$?

Les tres fraccions tenen el mateix valor.

- Expressa amb una fracció la part que s'ha retirat de cada figura. Quina d'aquestes fraccions és més gran?

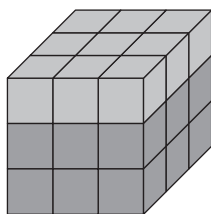
$$\frac{1}{6} < \frac{5}{18} < \frac{5}{12}$$

- Si cada figura pesa 180 grams, calcula el pes de la part retirada en cadascuna.

- Figura A. La part retirada pesa 30 grams.
- Figura B. La part retirada pesa 75 grams.
- Figura C. La part retirada pesa 50 grams.

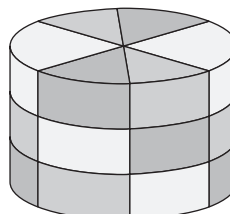
Et convé recordar

- Una fracció és una part de la unitat



PART VERDA

$$\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$



PART GROGA

$$\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

- Quina fracció representa la part blava del cub? I la part no groga del cilindre?

Part blava del cub $\rightarrow \frac{2}{3}$

Part no groga del cilindre $\rightarrow \frac{2}{3}$

- Expressa en forma decimal:

a) $\frac{1}{8} = 0,125$ b) $\frac{5}{2} = 2,5$ c) $\frac{18}{3} = 6$ d) $\frac{5}{6} = 0,8\bar{3}$

- Expressa en forma de fracció:

a) $0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ b) $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ c) $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ d) $0,32 = \frac{32}{100} = \frac{8}{25}$

■ Comprova que $0,\widehat{3} = \frac{1}{3}$ i expressa $1,\widehat{3}$ i $2,\widehat{3}$.

$1,\widehat{3} = \frac{4}{3}$; $2,\widehat{3} = \frac{7}{3}$

■ Calcula:

a) $\frac{5}{7}$ de 21 = 15 b) $\frac{3}{2}$ de 16 = 24 c) $\frac{3}{5}$ de 15 = 9

■ Escriu tres fraccions diferents el valor decimal de les quals sigui 0,5.

Per exemple: $0,5 = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{7}{14}$

■ Escriu tres fraccions que tinguin el mateix valor que $\frac{2}{3}$.

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{14}{21}$

Fraccions equivalents

2.1 Obtingues tres fraccions equivalents a:

a) $\frac{2}{7}$ b) $\frac{15}{20}$ c) $\frac{6}{9}$

Per exemple:

a) $\frac{2}{7} = \frac{4}{14} = \frac{6}{21} = \frac{8}{28} = \dots$

b) $\frac{15}{20} = \frac{3}{4} = \frac{30}{40} = \frac{6}{8} = \dots$

c) $\frac{6}{9} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{20}{30} = \dots$

2.2 Escriu:

a) Una fracció equivalent a $\frac{2}{3}$ que tingui per numerador 10. $\frac{10}{15}$

b) Una fracció equivalent a $\frac{4}{10}$ que tingui 20 per denominador. $\frac{8}{20}$

c) Una fracció equivalent a $\frac{15}{20}$ que tingui 6 per numerador. $\frac{6}{8}$

2.3 Simplifica:

a) $\frac{8}{12} = \frac{8:4}{12:4} = \frac{2}{3}$ b) $\frac{10}{20} = \frac{10:10}{20:10} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{12}{30} = \frac{12:6}{30:6} = \frac{2}{5}$

$$d) \frac{15}{45} = \frac{15 : 15}{45 : 15} = \frac{1}{3} \quad e) \frac{16}{24} = \frac{16 : 8}{24 : 8} = \frac{2}{3} \quad f) \frac{40}{60} = \frac{40 : 20}{60 : 20} = \frac{2}{3}$$

2.4 Obtingues en cada cas la fracció irreductible:

$$a) \frac{4}{28} = \frac{1}{7} \quad b) \frac{30}{36} = \frac{5}{6} \quad c) \frac{44}{48} = \frac{11}{12}$$

$$d) \frac{36}{60} = \frac{3}{5} \quad e) \frac{25}{75} = \frac{1}{3} \quad f) \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$$

2.5 Simplifica dividint el numerador i el denominador pel màxim comú divisor d'ambdós:

$$a) \frac{40}{72} \quad b) \frac{36}{48} \quad c) \frac{60}{75} \quad d) \frac{54}{126}$$

$$a) \text{M.C.D. } (40, 72) = 2^3 = 8 \quad b) \text{M.C.D. } (36, 48) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$\frac{40}{72} = \frac{5}{9} \quad \frac{36}{48} = \frac{3}{4}$$

$$c) \text{M.C.D. } (60, 75) = 3 \cdot 5 = 15 \quad d) \text{M.C.D. } (54, 126) = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$\frac{60}{75} = \frac{4}{5} \quad \frac{54}{126} = \frac{3}{7}$$

2.6 Busca, en cada cas, el valor de x per tal que aquestes igualtats siguin certes:

$$a) \frac{4}{6} = \frac{x}{9} \rightarrow x = 6 \quad b) \frac{4}{10} = \frac{6}{x} \rightarrow x = 15 \quad c) \frac{x}{21} = \frac{6}{9} \rightarrow x = 14$$

2.7 Redueix a comú denominador:

$$a) \frac{3}{8} = \frac{9}{24} \quad \frac{5}{12} = \frac{10}{24}$$

$$b) \frac{4}{6} = \frac{8}{12} \quad \frac{5}{12}$$

$$c) \frac{1}{3} = \frac{4}{12} \quad \frac{1}{4} = \frac{3}{12} \quad \frac{1}{6} = \frac{2}{12}$$

$$d) \frac{-2}{5} = \frac{-12}{30} \quad \frac{1}{6} = \frac{5}{30} \quad \frac{-3}{2} = \frac{-45}{30}$$

$$e) \frac{7}{20} = \frac{21}{60} \quad \frac{-11}{30} = \frac{-22}{60} \quad \frac{4}{15} = \frac{16}{60}$$

$$f) \frac{-3}{10} = \frac{-45}{150} \quad \frac{20}{75} = \frac{40}{150} \quad \frac{7}{30} = \frac{35}{150}$$

2.8 Ordena de menor a major:

$$a) \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{10} = \frac{7}{10} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$$

$$b) \frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{13}{15} = \frac{3}{5} < \frac{7}{10} < \frac{5}{6} < \frac{13}{15}$$

$$c) \frac{11}{12}, \frac{13}{15}, \frac{9}{20}, \frac{23}{30} = \frac{9}{20} < \frac{23}{30} < \frac{13}{15} < \frac{11}{12}$$

2.9 Escriu les oposades de les fraccions següents:

$$\text{a) } -\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \quad \text{b) } \frac{2}{-5} = \frac{2}{5} \quad \text{c) } \frac{5}{8} = -\frac{5}{8} \quad \text{d) } -\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

2.10 Calcula:

$$\text{a) } \frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{7}{9} = \frac{1}{18} \quad \text{b) } \frac{7}{10} - \frac{7}{15} - \frac{1}{3} = -\frac{3}{30} = -\frac{1}{10}$$

$$\text{c) } \frac{5}{12} - \frac{11}{20} + \frac{16}{45} = \frac{40}{180} = \frac{2}{9} \quad \text{d) } \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - 1 = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{e) } 2 - \frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{5}{12} \quad \text{f) } 2 - \frac{13}{15} - \frac{6}{5} = -\frac{1}{15}$$

$$\text{g) } \frac{3}{2} - \left(\frac{4}{3} - 1\right) = \frac{7}{6} \quad \text{h) } \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{12}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

2.11 Escribe la fracción inversa de cada una de las fracciones siguientes:

$$\text{a) } \frac{5}{2} = \frac{2}{5} \quad \text{b) } -\frac{4}{7} = -\frac{7}{4} \quad \text{c) } \frac{1}{-2} = -2 \quad \text{d) } \frac{11}{15} = \frac{15}{11}$$

2.12 Calcula i simplifica:

$$\text{a) } \frac{2}{3} \cdot \frac{-9}{4} = -\frac{3}{2} \quad \text{b) } 15 \cdot \frac{-1}{5} = -3 \quad \text{c) } \frac{2}{5} \cdot (-3) \cdot \frac{-5}{2} = 3$$

2.13 Calcula i simplifica:

$$\text{a) } 3 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{2} \quad \text{b) } \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{10}$$

$$\text{c) } \frac{3}{5} \cdot \left(2 - \frac{4}{3}\right) = \frac{2}{5} \quad \text{d) } \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{3}{5}$$

$$\text{e) } \frac{5}{7} \cdot \left(1 - \frac{5}{3} + \frac{1}{5}\right) = -\frac{1}{3} \quad \text{f) } \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(2 - \frac{4}{5}\right) = 1$$

2.14 Calcula i simplifica:

$$\text{a) } \frac{10}{3} : 5 = \frac{2}{3} \quad \text{b) } 14 : \frac{21}{2} = \frac{4}{3} \quad \text{c) } \frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{5}{6}$$

$$\text{d) } \frac{1}{5} : \frac{1}{2} = \frac{2}{5} \quad \text{e) } \frac{4}{3} : \frac{2}{15} = 10 \quad \text{f) } \frac{5}{18} : \frac{15}{9} = \frac{1}{6}$$

$$\text{g) } \frac{20}{7} : \frac{30}{7} = \frac{2}{3} \quad \text{h) } \frac{5}{3} : \frac{5}{4} = \frac{4}{3} \quad \text{i) } \frac{16}{3} : \frac{3}{16} = \frac{256}{9}$$

2.15 Calcula i reflexiona:

$$\text{a) } 5 : \frac{1}{2} = 10 \quad \text{b) } 4 : \frac{1}{2} = 8 \quad \text{c) } 3 : \frac{1}{2} = 6 \quad \text{d) } 15 : \frac{1}{2} = 30$$

Què observes?

Dividir entre $\frac{1}{2}$ és el mateix que multiplicar per 2.

2.16 Calcula i reflexiona:

a) $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{5} : 2 = \frac{1}{10}$ d) $\frac{1}{15} : 2 = \frac{1}{30}$

Què observes?

Dividir entre dos és el mateix que multiplicar per $\frac{1}{2}$.

2.17 Calcula i simplifica:

a) $\frac{-3}{4} : \left(1 + \frac{1}{3}\right) = -\frac{9}{16}$ b) $\left(-\frac{2}{5}\right) : \left(\frac{8}{10} - \frac{3}{5}\right) = -2$

c) $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) : \frac{7}{2} = \frac{1}{3}$ d) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$

e) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 5$ f) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3}$

2.18 Un vaixell duu recorregudes les tres desenes parts d'un viatge de 1 700 milles. Quantes milles li falten encara per recórrer?

Li falten 1190 milles.

2.19 La Marina ha encertat 35 preguntes en un test. Quin era el nombre total de preguntes si els encerts representen els $\frac{7}{12}$?

El nombre total de preguntes era 60.

2.20 Dels 270 viatgers que ocupen un avió, $\frac{1}{6}$ són americans, $\frac{2}{5}$ africans i la resta, europeus. Quants europeus viatgen en aquell avió?

A l'avió viatgen 117 europeus.

2.21 D'un dipòsit d'aigua, en traiem $\frac{1}{3}$ del contingut i, després, $\frac{2}{5}$ del que hi quedava. Si encara hi queden 600 litres, quanta aigua hi havia al principi?

Hi havia 1 500 litres d'aigua.

2.22 Expressa en forma de fracció:

a) $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ b) $3,5 = \frac{35}{10} = \frac{7}{2}$ c) $0,7 = \frac{7}{10}$

d) $0,02 = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$ e) $1,37 = \frac{137}{100}$ f) $0,15 = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

2.23 Si sabem que el nombre $0,\widehat{2} = \frac{2}{9}$, expressa en forma de fracció:

a) $1,2) = 1 + 0,\widehat{2} = 1 + \frac{2}{9} = \frac{11}{9}$

b) $3,2) = 3 + 0,\widehat{2} = 3 + \frac{2}{9} = \frac{29}{9}$

$$c) 0,0\widehat{2} = 0,0\widehat{2} = \frac{0,2}{10} = \frac{2}{10} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$$

2.24 Transforma en fracció:

$$a) 0,\widehat{7} = \frac{7}{9} \quad b) 2,\widehat{1} = 2 + 0,\widehat{1} = 2 + \frac{1}{9} = \frac{19}{9} \quad c) 5,\widehat{3} = 5 + 0,\widehat{3} = 5 + \frac{1}{3} = \frac{16}{3}$$

2.25 Busca la fracció generatriu dels decimals periòdics següents:

$$a) 0,\widehat{5} = \frac{5}{9} \quad b) 1,\widehat{5} = \frac{14}{9} \quad c) 2,\widehat{5} = \frac{23}{9}$$

2.26 Cerca la fracció generatriu de $3,\widehat{46}$.

Ajuda: $B = 3,\widehat{46} = 3,4646\dots$

$$\left. \begin{array}{r} 100B = 346,4646\dots \\ - \quad B = \quad 3,4646\dots \\ \hline 99B = 343,0000 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 99B = 343 \\ B = ? \end{array}$$

$$B = \frac{343}{99}$$

2.27 Calcula i comprova la igualtat de les expressions de cada apartat:

$$a) (5 \cdot 2)^3 = 5^3 \cdot 2^3 = 1000 \quad b) (3 \cdot 5)^2 = 3^2 \cdot 5^2 = 225$$

$$c) 12^2 = 3^2 \cdot 4^2 = 144 \quad d) 40^2 = 4^2 \cdot 10^2 = 1600$$

2.28 Pensa i calcula pel camí més curt:

$$a) \frac{8^5}{4^5} = 2^5 = 32 \quad b) \frac{12^3}{4^3} = 3^3 = 27$$

$$c) \frac{6^4 \cdot 3^4}{9^4} = 2^4 = 16 \quad d) \frac{2^5 \cdot 3^5}{6^5} = 1^5 = 1$$

2.29 Calcula:

$$a) \left(\frac{1}{10}\right)^3 = 0,001 \quad b) (0,1)^3 = 0,001 \quad c) \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 0,0625$$

$$d) (0,5)^4 = 0,0625 \quad e) \left(\frac{1}{5}\right)^3 = 0,008 \quad f) (0,2)^3 = 0,008$$

2.30 Calcula mentalment:

$$a) 20^4 = 160\,000 \quad b) 30^3 = 27\,000 \quad c) 80^2 = 6\,400$$

$$d) 200^3 = 8\,000\,000 \quad e) (0,1^4) = 0,0001 \quad f) (0,5)^3 = 0,125$$

$$g) (0,7)^2 = 0,49 \quad h) (0,03)^2 = 0,0009 \quad i) (0,2)^3 = 0,008$$

2.31 Redueix:

$$a) 5^2 \cdot 5^3 = 5^5 \quad b) 10^2 \cdot 10^2 \cdot 10^2 = 10^6 \quad c) (x^3)^2 = x^6$$

d) $(y^3)^3 = y^9$ e) $(x^2 \cdot y^3)^2 = x^4 \cdot y^6$

2.32 Redueix:

a) $\frac{a^7 \cdot a^{10}}{a^{12}} = a^5$ b) $\frac{b^{11}}{b^5 \cdot b^4} = b^2$ c) $\frac{a^3 \cdot a^7}{a^4 \cdot a^5} = a$

2.33 Calcula:

a) $5^2 = 25$ b) $-5^2 = -25$ c) $(-5)^2 = 25$
 d) $5^{-2} = \frac{1}{25} = 0,04$ e) $-5^{-2} = -\frac{1}{25} = -0,04$ f) $(-5)^{-2} = \frac{1}{25} = 0,04$

2.34 Calcula:

a) $1 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{4}{25} = 0,16$ b) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 1$ c) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = 1$

2.35 Expressa en forma abreujada les dades següents:

- a) Un ésser humà té 25 000 000 000 000 de glòbuls rojos. $25 \cdot 10^2$
 b) El diàmetre d'un glòbul roig és de 0,000008 metres. $8 \cdot 10^{-6}$

2.36 Expressa amb totes les xifres aquests nombres:

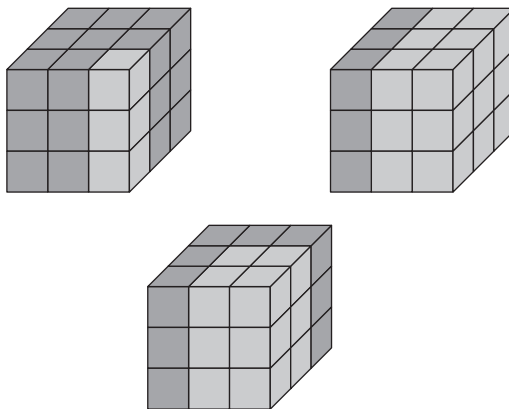
a) $35 \cdot 10^5 = 3\,500\,000$ b) $12 \cdot 10^8 = 1\,200\,000\,000$
 c) $83 \cdot 10^{-4} = 0,0083$ d) $5 \cdot 10^{-11} = 0,000000000005$

2.37 Escriu la descomposició polinòmica de:

a) $137,25 = 137,25 = 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 7 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$
 b) $36,287 = 3 \cdot 10 + 6 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-3}$

Concepte de fracció

2.38 ▲▲▲ Quants cubets grocs hi ha en cadascun d'aquest cubs?



Quina fracció representa la part verda de cadascun?

3 cubets $\rightarrow \frac{1}{9}$; 18 cubets $\rightarrow \frac{2}{3}$; 12 cubets $\rightarrow \frac{4}{9}$

2.39 ▲▲▲ Calcula:

a) $\frac{2}{3}$ de 24 = 16 b) $\frac{3}{5}$ de 100 = 60 c) $\frac{7}{9}$ de 27 = 21

d) $\frac{2}{7}$ de 14 = 4 e) $\frac{4}{5}$ de 800 = 640 f) $\frac{7}{15}$ de 480 = 224

2.40 ▲▲▲ Quants grams són?

a) $\frac{3}{4}$ de quilo = 750 g b) $\frac{2}{5}$ de quilo = 400 g

c) $\frac{1}{8}$ de quilo = 125 g d) $\frac{5}{8}$ de quilo = 625 g

2.41 ▲▲▲ Quina fracció de quilo són?

a) 50 grams = $\frac{1}{20}$ kg b) 100 grams = $\frac{1}{10}$ kg

c) 200 grams = $\frac{1}{5}$ kg d) 250 grams = $\frac{1}{4}$ kg

2.42 ▲▲▲ Expressa en forma decimal:

a) $\frac{7}{10} = 0,7$ b) $\frac{2}{5} = 0,4$ c) $\frac{3}{8} = 0,375$ d) $\frac{1}{25} = 0,04$

2.43 ▲▲▲ Expressa en forma de fracció:

a) $3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \dots$ b) $2,7 = \frac{27}{10}$ c) $1,41 = \frac{141}{100}$

d) $0,05 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ e) $0,001 = \frac{1}{1000}$ f) $0,250 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

2.44 ▲▲▲ Passa a forma fraccionària:

a) $0,4 = \frac{4}{9}$ b) $1,4 = \frac{13}{9}$ c) $2,4 = \frac{22}{9}$

d) $1,6 = \frac{5}{3}$ e) $2,35 = \frac{233}{99}$ f) $1,37 = \frac{136}{99}$

Fraccions equivalents

2.45 ▲▲▲ Comprova si els parells de fraccions següents són equivalents:

a) $\frac{2}{10}, \frac{3}{15} \rightarrow$ Sí b) $\frac{6}{9}, \frac{4}{7} \rightarrow$ No

c) $\frac{-2}{3}, \frac{8}{-12} \rightarrow$ Sí d) $\frac{14}{35}, \frac{16}{40} \rightarrow$ Sí

2.46 ▲▲▲ Escriu:

a) Una fracció equivalent a $\frac{2}{5}$ que tingui per numerador 6. $\frac{6}{15}$

b) Una fracció equivalent a $\frac{4}{10}$ que tingui per numerador 10. $\frac{10}{25}$

c) Una fracció equivalent a $\frac{9}{12}$ que tingui per denominador 16. $\frac{12}{16}$

2.47 ▲▲▲ Calcula el terme x que falta en cada cas:

a) $\frac{3}{5} = \frac{x}{15} \rightarrow x = 9$ b) $\frac{18}{4} = \frac{27}{x} \rightarrow x = 6$

c) $\frac{3}{x} = \frac{15}{20} \rightarrow x = 4$ d) $\frac{x}{36} = \frac{27}{81} \rightarrow x = 12$

2.48 ▲▲▲ Simplifica fins a obtenir una fracció irreductible:

a) $\frac{30}{24} = \frac{5}{4}$ b) $\frac{56}{64} = \frac{7}{8}$ c) $\frac{45}{105} = \frac{3}{7}$ d) $\frac{40}{72} = \frac{5}{9}$

e) $\frac{18}{66} = \frac{3}{11}$ f) $\frac{121}{143} = \frac{11}{13}$ g) $\frac{144}{540} = \frac{4}{15}$ h) $\frac{72}{306} = \frac{4}{17}$

2.49 ▲▲▲ Redueix a comú denominador:

a) $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ $\frac{1}{8}$

b) $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ $\frac{7}{10} = \frac{14}{20}$

c) $1 = \frac{24}{24}$ $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$

d) $\frac{1}{3} = \frac{10}{30}$ $\frac{3}{5} = \frac{18}{30}$ $\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$ $\frac{2}{15} = \frac{4}{30}$

2.50 ▲▲▲ Redueix a comú denominador i després ordena de menor a major:

a) $1, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{7}{10}$; b) $\frac{2}{3}, \frac{5}{12}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$; c) $1, \frac{3}{5}, \frac{3}{2}, \frac{7}{5}, \frac{11}{10}$; d) $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{3}{2}, \frac{7}{6}$

a) $\frac{2}{5} = \frac{8}{20} < \frac{7}{10} = \frac{14}{20} < \frac{3}{4} = \frac{15}{20} < 1 = \frac{20}{20}$

b) $\frac{5}{12} < \frac{1}{2} = \frac{6}{12} < \frac{2}{3} = \frac{8}{12} < \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

c) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} < 1 = \frac{10}{10} < \frac{11}{10} < \frac{7}{5} = \frac{14}{10} < \frac{3}{2} = \frac{15}{10}$

d) $\frac{3}{5} = \frac{18}{30} < \frac{2}{3} = \frac{20}{30} < \frac{7}{6} = \frac{35}{30} < \frac{3}{2} = \frac{45}{30}$

Suma i resta de fraccions

2.51 ▲▲▲ Calcula mentalment:

a) $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

d) $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ e) $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ f) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$

g) $\frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$ h) $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$ i) $2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

2.52 ▲▲▲ Calcula i simplifica:

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{7}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

c) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{8}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ d) $\frac{5}{6} - \frac{4}{9} + \frac{1}{2} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$

e) $2 - \frac{1}{4} - \frac{7}{9} - \frac{1}{12} = \frac{32}{36} = \frac{8}{9}$ f) $\frac{7}{3} - 4 + \frac{5}{2} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

2.53 ▲▲▲ Calcula i simplifica:

a) $2 - \left(1 + \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3}$ b) $1 - \left(\frac{3}{10} + \frac{5}{6}\right) = -\frac{12}{15}$

c) $\left(2 - \frac{3}{4}\right) - \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$ d) $\left(\frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$

e) $\left(\frac{3}{2} - \frac{4}{5}\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right) - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ f) $\left(4 - \frac{5}{8}\right) - \left(5 - \frac{3}{4}\right) + \left(3 - \frac{1}{2} - \frac{3}{8}\right) = \frac{5}{4}$

g) $\frac{5}{6} - \left[1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right)\right] = \frac{3}{4}$ h) $\left[2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\right] - \left[1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\right] = 0$

i) $\left[\frac{1}{2} - \left(1 - \frac{1}{3}\right)\right] + \left[\frac{1}{2} - \left(1 - \frac{1}{4}\right)\right] + \left[\frac{1}{2} - \left(1 - \frac{1}{6}\right)\right] = -\frac{3}{4}$

Producte i quocient de fraccions. Operacions combinades

2.54 ▲▲▲ Calcula i simplifica:

a) $\frac{5}{-3} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{4}{3}$ b) $\frac{1}{5} \cdot 5 = 1$ c) $\frac{3}{7} \cdot \frac{-7}{2} = -\frac{3}{2}$

d) $\frac{-9}{2} \cdot \frac{-4}{3} = 6$ e) $\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{10} = \frac{1}{4}$ f) $3 \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{12}{5}$

g) $\frac{1}{2} \cdot (-6) = -3$ h) $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) = \frac{1}{6}$

2.55 ▲▲▲ Calcula i simplifica:

$$\text{a) } \frac{2}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \quad \text{b) } \frac{2}{9} : \frac{-7}{18} = -\frac{4}{7} \quad \text{c) } 6 : \frac{3}{5} = 10$$

$$\text{d) } \frac{8}{3} : 4 = \frac{2}{3} \quad \text{e) } \left(-\frac{2}{3}\right) : \frac{5}{9} = -\frac{6}{5} \quad \text{f) } \left(-\frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{8}$$

2.56 ▲▲▲ Calcula i simplifica:

$$\text{a) } \frac{3}{4} : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 1 \quad \text{b) } \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) : \frac{3}{10} = \frac{1}{3}$$

$$\text{c) } \left(\frac{3}{2} + 2\right) \cdot \left(2 - \frac{12}{7}\right) = 1 \quad \text{d) } \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{8}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{4}$$

2.57 ▲▲▲ Calcula:

$$\text{a) } \left[4 \cdot \left(1 - \frac{1}{8}\right) - \frac{1}{2}\right] : 3 = 1 \quad \text{b) } \left[\left(\frac{5}{3} - \frac{1}{2}\right) : 7 + \frac{1}{3}\right] \cdot 2 = 1$$

$$\text{c) } \left[5 \cdot \left(\frac{3}{10} + \frac{2}{5}\right) - 2\right] : \frac{3}{2} = 1 \quad \text{d) } \left[7 : \left(1 - \frac{2}{9}\right) - 5\right] : 4 = 1$$

2.58 ▲▲▲ Calcula i simplifica:

$$\text{a) } \frac{1}{\frac{1}{6}} = 6 \quad \text{b) } \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} \quad \text{c) } \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{d) } \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{15} \quad \text{e) } \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{6} \quad \text{f) } \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

2.59 ▲▲▲ Exercici resolt.

2.60 ▲▲▲ Calcula i simplifica:

$$\text{a) } \frac{\frac{3}{2} - 1}{\frac{1}{2} - 1} = -1 \quad \text{b) } \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{6} + \frac{2}{3}} = \frac{7}{5} \quad \text{c) } \frac{\frac{2}{5} + \frac{1}{4}}{\frac{3}{4} + \frac{3}{10}} = \frac{13}{21}$$

Problemes d'aplicació

2.61 ▲▲▲ Tres quartes parts d'un metre de cinta costen 2,10 euros. Quant costen dos metres i mig?

Dos metres i mig costen 7 €.

2.62 ▲▲▲ L'Ernest ha recorregut en el seu passeig dues cinques parts del camí, que té una longitud total de 8 km. Quant li falta per arribar al final?

A l'Ernest, li falten encara 4,8 quilòmetres per a arribar al final del seu passeig.

2.63 ▲▲▲ Exercici resolt.

2.64 ▲▲▲ Un tren ha cobert ja tres cinquens de l'itinerari. Si encara li falten 85 quilòmetres fins al final, quina és la longitud total del recorregut?
L'itinerari té 210 km.

2.65 ▲▲▲ La Raquel s'ha gastat $\frac{3}{10}$ dels seus diners en un còmic. Si encara li queden 21 euros, quants de diners tenia al principi? Quant li ha costat el còmic?
La Raquel tenia al principi 30 €. El còmic li costà 9 €.

2.66 ▲▲▲ Una família gasta $\frac{2}{5}$ del seu pressupost en despeses de casa i $\frac{1}{3}$ en menjar. Si en despeses de casa gasta 5 400 euros anuals, quina quantitat gasta a l'any en menjar?
Gasta a l'any 4 500 € en menjar.

2.67 ▲▲▲ Aquesta llista expressa, en forma de fracció, els resultats que un grup d'alumnes han obtingut en un examen:

QUALIFICACIONS		
$\frac{1}{10}$	de la classe	Excel·lent
$\frac{3}{10}$	de la classe	Notable
$\frac{1}{6}$	de la classe	Bé
$\frac{1}{3}$	de la classe	Suficient

Quina fracció dels alumnes de la classe han suspès l'examen?

La fracció dels alumnes i les alumnes que han suspès és $\frac{1}{10}$.

2.68 ▲▲▲ Quantes ampolles de $\frac{3}{4}$ de litre podem omplir amb una garrafa de 30 litres?

■ Resol primer aquest altre:

Quantes botelles de 2 litres podem omplir amb una garrafa de 30 litres?

Quina operació resol el problema?

Es poden omplir 30 ampolles.

2.69 ▲▲▲ Amb el contingut d'un bidó d'aigua hem omplert 40 botelles de $\frac{3}{4}$ de litre. Quants litres d'aigua hi havia al bidó?

Al bidó hi havia 30 litres.

2.70 ▲▲▲ Un flascó de perfum té una capacitat d' $\frac{1}{20}$ litres. Quants de flascos de perfum podem omplir amb el contingut d'una ampolla de $\frac{3}{4}$ de litre?

Es poden omplir 15 flascos.

2.71 ▲▲▲ D'un dipòsit que contenia 1 000 litres d'aigua, n'hem tret, primer, $\frac{1}{5}$ del total i, després, $\frac{3}{4}$ del total. Quants de litres hi queden?

Hi queden 50 litres.

2.72 ▲▲▲ D'un dipòsit que era ple, n'hem tret, primer, $\frac{2}{3}$ del total i, després, $\frac{1}{5}$ del total. Si sabem que encara hi queden 400 litres, quina és la capacitat del dipòsit?

La capacitat total del dipòsit és de 3 000 litres.

2.73 ▲▲▲ En Jacint es menja els $\frac{2}{7}$ d'un pastís i la Gabriela els $\frac{3}{5}$ de la resta.

a) Quina fracció del pastís s'ha menjat la Gabriela?

b) Quina fracció en queda?

La Gabriela s'ha menjat els $\frac{3}{7}$ del pastís. Queden $\frac{2}{7}$ del pastís.

2.74 ▲▲△ L'Aurora surt de casa amb 25 euros. Es gasta $\frac{2}{5}$ dels diners en un llibre i, després, $\frac{4}{5}$ dels que li quedaven en un disc. Amb quants de diners torna a casa?

Torna a casa amb 3 €.

2.75 ▲▲▲ Exercici resolt.

2.76 ▲▲▲ Al matí un venedor despatxa les $\frac{3}{4}$ parts de les taronges que tenia. A la tarda, ven $\frac{4}{5}$ de les que li quedaven.

Si en acabar el dia encara li'n queden 100 kg, quants de quilos de taronges tenia?

Al principi tenia 2000 kg de taronges.

2.77 ▲▲▲ Una amiga em va demanar que li passés un escrit a ordinador. El primer dia vaig passar $\frac{1}{4}$ del treball total; el segon, $\frac{1}{3}$ de la resta; el tercer, $\frac{1}{6}$ del que faltava i el quart el vaig acabar, per a la qual cosa vaig passar 30 fulls.

Pots descobrir quants de fulls tenia l'escrit?

Al principi tenia 72 folis.

2.78 ▲▲▲ El propietari d'un solar ha decidit vendre'l en parcel·les per obtenir-ne una millor rendibilitat.

En ven primer $\frac{3}{7}$ del total, després la meitat de la resta i encara li queden 244 m² sense vendre.

Calcula la superfície del solar.

La superfície del solar és de 854 m².

Càlcul de potències

2.79 ▲△△ Calcula:

- a) $2^2 = 4$ b) $2^3 = 8$ c) $2^4 = 16$ d) $2^5 = 32$
e) $2^6 = 64$ f) $2^7 = 128$ g) $2^8 = 256$ h) $2^9 = 512$

2.80 ▲△△ Calcula:

- a) $4^2 = 16$ b) $3^5 = 243$ c) $5^3 = 125$
d) $10^4 = 10000$ e) $1^7 = 1$ f) $(-1)^7 = -1$
g) $(-1)^8 = 1$ h) $(-2)^4 = 16$ i) $(-2)^5 = -32$
j) $(-5)^2 = 25$ k) $-5^2 = -25$ l) $(-10)^3 = -1000$

2.81 ▲△△ Calcula:

- a) $3^0 = 1$ b) $3^{-1} = \frac{1}{3}$ c) $2^{-4} = \frac{1}{16}$ d) $5^0 = 1$
e) $5^{-2} = \frac{1}{25}$ f) $10^{-3} = 0,001$ g) $2^{-3} = \frac{1}{8}$ h) $10^{-6} = 0,000001$

2.82 ▲△△ Calcula:

- a) $2^{-2} = \frac{1}{4}$ b) $(-2)^{-2} = \frac{1}{4}$ c) $-2^{-2} = -\frac{1}{4}$
d) $\frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{2^{-2}} = 4$ f) $\frac{1}{(-2)^{-2}} = 4$

2.83 ▲▲▲ Calcula:

- a) $50^2 = 2\,500$ b) $0,5^2 = 0,25$ c) $0,05^2 = 0,0025$
d) $100^2 = 10\,000$ e) $100^{-2} = 0,0001$ f) $0,01^2 = 0,0001$

Expressió abreujada de nombres mitjançant potències de base deu

2.84 ▲▲▲ Calcula:

- a) $10^3 = 1\,000$ b) $10^4 = 10\,000$ c) $10^5 = 100\,000$
d) $10^6 = 1\,000\,000$ e) $10^{-3} = 0,001$ f) $10^{-4} = 0,0001$
g) $10^{-5} = 0,00001$ h) $10^{-6} = 0,000001$

2.85 ▲▲▲ Escriu amb totes les xifres les quantitats següents:

- a) $24 \cdot 10^7 = 240\,000\,000$ b) $5 \cdot 10^8 = 500\,000\,000$
c) $4,3 \cdot 10^5 = 430\,000$ d) $24 \cdot 10^{-7} = 0,0000024$
e) $5 \cdot 10^{-8} = 0,00000005$ f) $4,3 \cdot 10^{-5} = 0,000043$

2.86 ▲▲▲ Escriu els nombres següents de forma abreujada, com hem fet en els exemples:

- $27\,000\,000 = 27 \cdot 10^6$
a) $30\,000\,000\,000 = 3 \cdot 10^{10}$
b) $2\,300\,000 = 23 \cdot 10^5$
 $0,0006 = 6 \cdot 10^{-4}$
c) $0,00000004 = 4 \cdot 10^{-8}$
d) $0,000026 = 26 \cdot 10^{-6}$

2.87 ▲▲▲ Exercici resolt.

2.88 ▲▲▲ Arrodoneix les quantitats següents i expressa-les mitjançant el producte d'un nombre de dues xifres per una potència de base deu:

- $268\,487\,529 \rightarrow 27 \cdot 10^7$
a) $5\,394\,628 = 54 \cdot 10^5$
b) $15\,260\,943 = 15 \cdot 10^6$
 $0,0005324 \rightarrow 53 \cdot 10^{-5}$
c) $0,003715 = 37 \cdot 10^{-4}$
d) $0,000000002614 = 26 \cdot 10^{-10}$

Operacions amb potències

2.89 ▲▲▲ Redueix i expressa el resultat en forma d'una única potència:

- a) $2^4 \cdot 2^3 = 2^7$ b) $3^4 \cdot 3^6 = 3^{10}$ c) $5^3 \cdot 5^{-2} = 5$
d) $5^6 : 5^2 = 5^4$ e) $6^3 : 6^4 = 6^{-1}$ f) $3^8 : 3^{-2} = 3^{10}$
g) $\frac{2^6}{2^3} = 2^3$ h) $\frac{3^5}{3^5} = 3^0 = 1$ i) $\frac{5^6}{5^{-3}} = 5^9$
j) $\frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{2^3} = 2^{-5}$ k) $\frac{1}{5} : \frac{1}{5^2} = 5$ l) $3^5 : \frac{1}{3^3} = 3^8$

2.90 ▲▲▲ Primer, redueix i, després, calcula:

- a) $3^5 \cdot 3^{-4} = 3$ b) $10^2 \cdot 10^4 = 100\,000$
c) $5^5 : 5^3 = 25$ d) $10^2 : 10^{-2} = 10\,000$

$$e) \frac{1}{2^2} : 2^6 = \frac{1}{256} \quad f) 3^{-4} \cdot \frac{1}{3^4} = \frac{1}{6561}$$

2.91 ▲▲▲ Redueix a una única potència:

$$a) (3^3)^2 = 3^6 \quad b) (5^2)^2 = 5^4 \quad c) (4^2)^4 = 4^8$$

$$d) (5^{-3})^2 = 5^{-6} \quad e) \left(\frac{1}{5^3}\right)^2 = 5^{-6} \quad f) (5^3)^{-2} = 5^{-6}$$

2.92 ▲▲▲ Calcula:

$$a) \left(\frac{1}{2^3}\right)^2 = \frac{1}{2^6} \quad b) (2^{-3})^2 = \frac{1}{2^6} \quad c) (2^3)^{-2} = \frac{1}{2^6} \quad d) \left(\frac{1}{2^{-3}}\right)^{-2} = \frac{1}{2^6}$$

$$e) (2^3)^2 = 2^6 \quad f) (2^{-3})^{-2} = 2^6 \quad g) \left(\frac{1}{2^3}\right)^{-2} = 2^6 \quad h) \left(\frac{1}{2^{-3}}\right)^2 = 2^6$$

2.93 En un ball, tres quartes parts dels homes ballen amb tres cinques parts de les dones. Quina fracció de les persones assistents no balla?

No ballen els $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ dels assistents.

2.94 En una tribu primitiva, amagada a la selva, $\frac{2}{3}$ dels homes són casats amb $\frac{3}{5}$ de les dones. Quina fracció de la població és soltera?

Queden solters $\frac{7}{19}$ de la població.

2.95 La Maria cull al seu hort una cistella de pomes. En tornar a casa es troba amb la seva amiga Sara i li'n dóna la meitat de la cistella més mitja poma. Després passa a visitar la tia Rosa i li dóna la meitat de les pomes que li queden més mitja poma. Finalment, es troba amb el seu amic Francesc i torna a fer la mateixa cosa: li'n dóna la meitat de les que li queden més mitja poma. D'aquesta manera, s'adona que ha de tornar a l'hort perquè s'ha quedat sense pomes.

Si sabem que en cap moment no ha partit cap poma, quantes pomes ha collit?

Ha collit 7 pomes en total.

2.96 Un traginer té a la quadra una mula, un cavall i un ase.

Quan duu la mula i el cavall a treballar, posa $\frac{3}{5}$ de la càrrega a la mula i $\frac{2}{5}$ al cavall. Això no obstant, quan hi duu el cavall i l'ase, posa $\frac{3}{5}$ de la càrrega al cavall i $\frac{2}{5}$ a l'ase.

Com distribuirà la càrrega avui, si porta els tres animals i ha de transportar una càrrega de 190 kg?

Dividirà la càrrega en 19 parts, de les quals la mula en portarà 9, 6 el cavall i 4 l'ase.

És a dir:

$$\text{MULA} \rightarrow \frac{9}{19} \cdot 190 = 90 \text{ kg} \quad \text{CAVALL} \rightarrow \frac{6}{19} \cdot 190 = 60 \text{ kg} \quad \text{ASE} \rightarrow \frac{4}{19} \cdot 190 = 40 \text{ kg.}$$

2.97 En Miquel va anar a una fira i li va agradar moltíssim un cavall pura sang preciós. Va preguntar pel preu i li'n van demanar 100 000 euros.

A l'Ataülf, el preu li va semblar excessiu i va fer una contraoferta:

–Accepto el preu –va dir al venedor– si em rebaixes un euro pel primer clau de la ferradura, dos euros pel segon, quatre pel tercer..., i així, successivament, fins a l'últim clau de l'última ferradura.

Quant va pagar, si sabem que cada ferradura se subjectava amb sis claus?

La rebaixa que ha de fer pels successius claus és:

$2^0 \ 2^1 \ 2^2 \ 2^3 \ 2^4 \ \dots \ 2^{23}$ euros

$$\left. \begin{array}{l} 2^{23} = 8\,388\,608 \\ 2^{22} = 4\,194\,304 \end{array} \right\} 2^{23} + 2^{22} = 12\,582\,912 \text{ €}$$

$2^{23} + 2^{22}$ ja supera els 100 000 € que costava el cavall. Per tant, no pagà res.
Li devien donar la diferència?

2.98 La Clara ha construït un gran cub de 10 cm d'aresta utilitzant cubets blancs d'1 cm d'aresta.

Quants cubets vermells, iguals als anteriors, necessita per recobrir totalment el gran cub blanc?

Si es recobreix el cub de 10 cm d'aresta, s'obtindrà un cub de 12 cm d'aresta.

Necessita, per tant, $12^3 - 10^3$ cubets.

$$12^3 - 10^3 = 1\,728 - 1\,000 = 728 \text{ cubets vermells}$$

2.99 Amb la calculadora de quatre operacions:

Quin és el major nombre que pots obtenir en la pantalla, si només pots prémer dues vegades cadascuna d'aquestes tecles?



(Escriu una expressió amb les operacions que fas en la màquina.)

$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \rightarrow [14641]$

Jocs per pensar

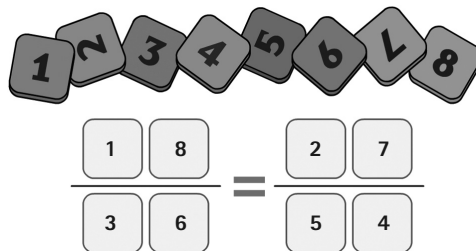
Cubs acoblats

Els cubs estan acoblats per un dels seus cubets.

El cub verd té 64 cubets, $\frac{1}{64}$ del qual es troba dins del groc.

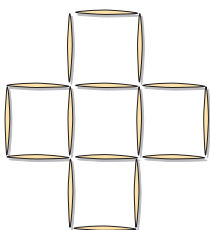
El cub groc té 8 cubets, $\frac{1}{8}$ del qual es troba dins del cub verd.

Una xifra en cada casella

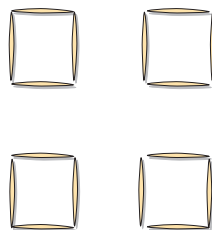
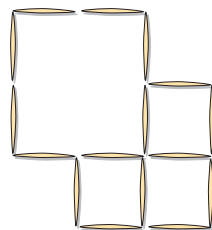


Elimina'n vuit

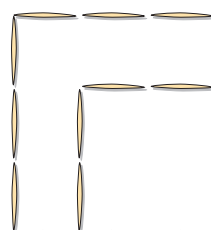
a)



b) Dues solucions



c)



Joc per a dos

Activitat oberta.