

Unitat didàctica 3. Proporcionalitat i percentatges

Reflexiona

■ Amb les dades de la il·lustració, calcula la distància que recorre cada vehicle en una hora.

Vehicle				
Velocitat (km/h)	10 km/h	20 km/h	100 km/h	200 km/h

■ Completa la taula de distància-temps següent per al tractor.

Distància (km)	5	10	20	25	40	60	100
Temps (hores)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$1 + \frac{1}{4}$	2	3	5

■ Calcula el temps que tarden a recórrer 100 km.

Vehicle				
Velocitat (km/h)	10 km/h	20 km/h	100 km/h	200 km/h
Temps per a 100 km	10 h	5 h	1 h	1/2 h

Et convé recordar

■ Completa la taula que correspon a un mòbil que es desplaça a velocitat constant:

Distància recorreguda	1 km	5 km	6 km	10 km	20 km
Temps invertit	6 min	30 min	36 min	60 min	120 min

■ Completa aquesta taula que correspon a un mòbil que es desplaça a diferents velocitats:

Velocitat del vehicle	25 km/h	50 km/h	75 km/h	100 km/h	150 km/h
Temps de viatge	12 h	6 h	4 h	3 h	2 h

■ Calcula mentalment:

a) 15% de 300 = 45 b) 80% de 450 = 360 c) 60% de 10 = 6 d) 40% de 25 = 10

■ Calcula mentalment els percentatges següents:

a) El 50% de 250 = 125 b) El 25% de 300 = 75 c) El 10% de 70 = 7 d) El 20% de 25 = 5

Raons i proporcions

3.1 Tria la resposta correcta:

a) La raó de 15 i 20 és: $\frac{1}{2}; \frac{2}{5}; \frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$, ja que $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

b) La raó de 12 i 36 és: $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$

$\frac{1}{3}$, ja que $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

3.2 Forma quatre proporcions diferents amb les raons següents:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{6}{15}, \frac{3}{7}, \frac{1}{3}, \frac{9}{21}, \frac{50}{100}, \frac{5}{15}$$

Solucions obertes. Per exemple.

$$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \dots$$

$$\frac{2}{5} \rightarrow \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25} = \dots$$

$$\frac{6}{15} \rightarrow \frac{12}{30} = \frac{18}{45} = \frac{24}{60} = \frac{30}{75} = \dots$$

$$\frac{3}{7} \rightarrow \frac{6}{14} = \frac{9}{21} = \frac{12}{28} = \frac{15}{35} = \dots$$

$$\frac{1}{3} \rightarrow \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \dots$$

$$\frac{9}{21} \rightarrow \frac{18}{42} = \frac{27}{63} = \frac{36}{84} = \frac{45}{105} = \dots$$

$$\frac{50}{100} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{25}{50} = \frac{4}{8} = \frac{7}{14} = \dots$$

$$\frac{5}{15} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{7}{21} = \dots$$

3.3 Escriv tres parelles de nombres amb raó $\frac{2}{3}$.

Solució oberta. Per exemple:

$$\frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{20}{30} = \dots$$

3.4 Calcula el valor de la incògnita:

a) $\frac{1}{2} = \frac{7}{x} = 14$ b) $\frac{4}{5} = \frac{3}{x} = \frac{15}{4}$ c) $\frac{4}{7} = \frac{2}{x} = \frac{7}{2}$

d) $\frac{x}{2} = \frac{3}{2}$ e) $\frac{6}{x} = \frac{2}{5} = 15$ f) $\frac{x}{7} = \frac{10}{2} = 35$

3.5 Calcula el valor de la incògnita:

a) $\frac{x}{4} = \frac{9}{x} = 6$ b) $\frac{2}{x} = \frac{x}{50} = 10$ c) $\frac{x}{11} = \frac{21}{33} = 7$

$$d) \frac{26}{30} = \frac{x}{45} = 39 \quad e) \frac{6}{42} = \frac{13}{x} = 91 \quad f) \frac{36}{48} = \frac{45}{x} = 60$$

3.6 Completa la taula següent corresponent a dues magnituds directament proporcionals:

1	2	3	4	8	10	20	K
2,5	5	7,5	10	20	25	50	$2,5K$

3.7 Completa aquesta taula per a dues magnituds directament proporcionals:

1	2	3	4	5	8	12	K
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{5}{4}$	2	3	$\frac{K}{4}$

3.8 Quatre envasos de llet han costat 2,6 euros. Quant costa un envàs? I tres?

Un envàs costa $2,6 : 4 = 0,65$ €.

Tres envasos costen $0,65 \cdot 3 = 1,95$ €.

3.9 Quatre bolígrafs costen 4,8 euros. Quant costen tres bolígrafs? I deu bolígrafs?

Un bolígraf costa $(4,8 : 4) = 1,2$ €.

Tres bolígrafs costen $1,2 \cdot 3 = 3,6$ €.

Deu bolígrafs costen $1,2 \cdot 10 = 12$ €.

3.10 Cent grams de mortadel·la costen 7,2 euros. Quant costen 350 grams?

50 grams costen 3,6 €.

350 grams costaran $3,6 \cdot 7 = 25,2$ €.

3.11 Un camió ha recorregut 120 km en hora i mitja. Si continua a la mateixa velocitat, quina distància recorre en cinc hores i mitja?

Cada mitja hora el camió recorre $120 : 3 = 40$ km.

En cinc hores i mitja recorrerà $40 \cdot 11 = 440$ km.

3.12 Una font ha tardat 72 segons a omplir una garrafa de 6 litres. Quant tarda a omplir un càn·tir de 25 litres?

Per a un litre tarda:

$72 : 6 = 12$ segons.

Per a omplir un càn·tir de 25 litres tardarà:

$25 \cdot 12 = 300$ segons = 5 minuts.

3.13 Quina és la constant de proporcionalitat en aquesta taula de valors proporcionals?

Manitud A	1	2	3	4	5
Magnitud B	5	10	15	20	25

La constant de proporcionalitat és 5.

3.14 Completa aquesta taula sabent que la constant de proporcionalitat és 3:

2	5	6	10	20
6	15	18	30	60

3.15 Un corredor de marató porta recorreguts 15 km en 45 minuts. Si continua a la mateixa velocitat, quant tardarà a cobrir els pròxims 6 km? I a completar els 42 km de la marató?

Tardarà 18 min a fer 6 km. Tardarà 1 h 21 min a fer els 27 que li falten.

3.16 Una màquina embotelladora omple 45 ampollles en 5 minuts. Quantes ampollles pot omplir en una hora? Quant tarda a omplir 180 ampollles?

En una hora omple 540 ampollles. Tardarà 20 minuts a omplir 180 ampollles.

3.17 Una població ha consumit 30 dam³ d'aigua en 5 mesos. Quants de decàmetres cúbics consumirà en un any?

En un any consumirà 72 dam³.

3.18 La població del problema anterior es proveeix d'un embassament que conté 100 dam³ d'aigua. Per a quant temps té reserves, encara que no plogui?

Té reserves per a 500 dies, és a dir, 1 any, 4 mesos i 20 dies.

3.19 Completa la taula de valors inversament proporcionals següent:

4	8	12	2	1	16	3	6
12	6	4	24	48	3	16	8

3.20 Construeix diferents proporcions amb aquesta taula de valors inversament proporcionals:

Manitud A	4	2	8
Magnitud B	10	20	5

Exemple: $\frac{4}{20} = \frac{2}{10}$

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} \quad \frac{2}{5} = \frac{8}{20}$$

3.21 Sis obrers descarreguen un camió en dues hores. Quant temps tardarien a fer la mateixa feina vuit obrers?

Tardaran 1,5 hores = 1 h 30 min.

3.22 Un ramader té farratge per alimentar les seves 20 vaques durant 60 dies. Si compra 10 vaques més, quants dies pot alimentar-les amb les mateixes provisions?

Té farratge per alimentar-les durant 40 dies.

3.23 Un cotxe tarda tres hores a fer el trajecte de A a B a una velocitat de 90 km/h. Quant tarda en el viatge de tornada si va a 120 km/h?

A 90 litres per minut tardarà 45 minuts. A 60 litres per minut tardarà 67,5 minuts.

3.24 Una canonada que aporta un cabal de 45 litres per minut omple un dipòsit en una hora i mitja. En quant temps s'omple el dipòsit si augmentem el cabal fins als 90 litres per minut? I si només augmentem aquest cabal fins als 60 litres per minut?

Tardarà 2,25 hores, és a dir, 2 hores i quart.

3.25 Un tren de mercaderies, que marxa a una velocitat de 80 km/h, tarda cinc hores a fer el trajecte de la població A a la població B. A quina velocitat hauria de fer el viatge de tornada per tal de recórrer el mateix camí en només quatre hores?

Haurà de fer el viatge a 100 km/h.

3.26 Vuit màquines teixidores, en quatre dies, fan 384 armilles de punt. Quantes armilles fabriquen cinc d'aquestes màquines en tres dies? I nou màquines en dos dies?

Cinc màquines en tres dies fabricaran 180 armilles. Nou màquines en dos dies en fabricaran 216.

3.27 Un cinema, fent dues sessions diàries, pot donar entrada a 18 000 persones en 30 dies. Quantes persones pot rebre aquest local en 45 dies si amplia l'oferta a tres sessions diàries?

En 45 dies, a tres sessions diàries, el cinema podrà rebre 40 500 persones.

3.28 Vuit màquines teixidores, en quatre dies, fan 384 armilles de punt. Quants de dies necessiten cinc d'aquestes màquines per a fabricar 180 armilles?

Cinc màquines necessiten 3 dies per a fabricar 180 armilles.

3.29 Un ramader necessita 750 quilos de pinso per alimentar 50 vaques durant 10 dies. Durant quants de dies pot alimentar 40 vaques amb 1 800 quilos de pinso?

Amb 1800 es poden alimentar 40 vaques durant 30 dies.

3.30 Calcula:

- a) 35% de 2 580 = 903 b) 80% de 3 575 = 2 860
c) 5% de 640 = 32 d) 2% de 280 = 5,6
e) 150% de 500 = 750 f) 120% de 400 = 480

3.31 En una ciutat de 23 500 habitants, el 68% estan contents amb la gestió municipal.

Quants ciutadans se senten satisfets amb l'Ajuntament?

15 980 habitants se senten satisfets.

3.32 En una classe de 30 alumnes, avui n'han faltat 6. Quin ha estat el tant per cent d'absències? El tant per cent d'absències ha estat del 20%.

3.33 Un hospital té 210 llits ocupats, la qual cosa representa el 84% de tots els llits disponibles. De quants llits disposa l'hospital?

L'hospital disposa de 250 llits.

3.34 De 475 homes enquestats, només 76 declaren que saben planxar. Quin percentatge d'homes reconeixen que saben planxar?

El 16% dels homes reconeix que sap planxar.

3.35 El 24% dels habitants d'un llogaret tenen menys de 30 anys. Quants habitants té el llogaret, si hi ha 90 joves menors de 30 anys?

El llogaret té 375 habitants.

3.36 Un article que costava 67 euros ha pujat un 12%. Quant costa ara?

Ara costa 75,04 €.

3.37 En Joaquim guanyava 1 250 euros al mes i li han apujat el sou un 8%. Quant guanya ara? Ara guanya 1350 €.

3.38 Un abric costa 280 euros després de patir una pujada del 12%. Quant costava abans de la pujada?

Abans de la pujada, l'abric costava 250 €.

3.39 El valor de les meves accions, després de pujar un 5%, és de 525 euros. Quin era el valor anterior?

El valor anterior de les accions era 500 €.

3.40 Calcula els preus rebaixats (15%) dels guants, de la faldilla i de la jaqueta que apareixen a l'aparador de la il·lustració.

Guants → 15,3 €

Falda → 68 €

Jaqueta → 132,6 €

3.41 La camisa de l'aparador, una vegada rebaixada, costa 21,25 euros. Quin era el preu original? El preu original de la camisa era 25 €.

3.42 Un llogaret que tenia fa cinc anys 875 habitants, ha perdut durant l'últim lustre el 12% de la població.

Quants d'habitants té el llogaret en l'actualitat?

Actualment té 770 habitants.

3.43 Un banc ofereix un benefici del 5% anual.

a) Quin benefici obtindrem si hi ingressem 100 euros durant 4 anys?

100 € durant 4 anys. Benefici: 20 €

b) Quin benefici obtindrem si hi ingressem 600 euros durant 1 any?

600 € durant 1 any. Benefici: 30 €

c) Quin benefici obtindrem si hi ingressem 600 euros durant 4 anys?

600 € durant 4 anys. Benefici: 120 €

3.44 Quants diners he de posar en un banc, que dóna el 6% anual, perquè en dos anys em produixin un benefici de 300 euros?

CAPITAL (en €)	TEMPS (en anys)	INTERÈS (en €)
100	1	6
x	2	300

Cal ingressar 2 500 €.

3.45 Calcula l'interès produït per un capital de 1 000 euros, col·locat al 5% anual durant 4 anys. 200 €

3.46 Calcula l'interès que obtenim per un capital de 1 257 euros, col·locat al 7% anual durant 6 anys.

527,94 €

3.47 Quins interessos produeixen 500 euros col·locats al banc, al 2% anual, durant un període de sis mesos?

5 €

3.48 Quins són els interessos trimestrals de 2 000 euros, col·locats al 2,5% anual?

12,5 €

3.49 Calcula l'interès que rendeixen dos milions d'euros col·locats al 4% anual, durant un període de dos anys.

160 000 €

3.50 Si demano un préstec de 5 000 euros, m'hi cobren el 10% anual i torno els diners al cap de tres anys, a quant ascendeixen els interessos que he de pagar?

1500 €

3.51 Si ara tinc 800 euros i els col·loco al banc al 8% anual, quina quantitat de diners tindré al meu compte d'aquí a un any?

Al compte tindré 864 €.

Les relacions de proporcionalitat

3.52 ▲▲▲ Indica, entre els parells de magnituds següents, els que són directament proporcionals, els que són inversament proporcionals i els que no tenen relació de proporcionalitat:

- a) L'edat i el pes d'una persona.
- b) La quantitat de pluja caiguda en un any i el creixement d'una planta.
- c) La quantitat de litres d'aigua que dóna una font i el temps transcorregut.
- d) La velocitat d'un cotxe i el temps que dura un viatge.
- e) La velocitat d'un cotxe i el temps que dura un viatge.
- f) L'alçada d'una persona i el número de sabata que calça.
- g) El preu del quilo de taronges i el nombre de quilos que me'n donen per 10 euros.

Directament proporcionals → c), d)

Inversament proporcionals → e), g)

No proporcionals → a), b), f)

3.53 ▲▲▲ Completa les taules següents i indica, en cada cas, si els parells de valors són directament proporcionals, inversament proporcionals o no tenen cap relació de proporcionalitat:

A	3	5	7	8	10	12
B	9	15	21	24	30	36

Proporcionalitat directa.

M	3	4	9	15	21	25
N	2	3	8	14	20	24

No guarden proporció.

K	2	3	4	5	6	10
L	30	20	15	12	10	6

Proporcionalitat inversa.

Raons i proporcions

3.54 ▲△△ Busca:

a) Tres parells de nombres amb raó $\frac{1}{2}$.

b) Tres parells de nombres que estiguin en relació de tres a u.

c) Tres parells de nombres que estiguin en raó de dos a cinc.

Solucions obertes. Per exemple:

$$a) \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{12}{24} = \dots \quad b) \frac{6}{2} = \frac{12}{4} = \frac{9}{3} = \dots \quad c) \frac{4}{10} = \frac{8}{20} = \frac{6}{15} = \dots$$

3.55 ▲△△ Escriu quatre proporcions amb les raons següents:

$$\frac{4}{6}, \frac{2}{7}, \frac{10}{15}, \frac{14}{21}, \frac{6}{21}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{10}{15}, \quad \frac{4}{6} = \frac{14}{21}, \quad \frac{2}{7} = \frac{6}{21}, \quad \frac{10}{15} = \frac{14}{21}$$

3.56 ▲△△ Escriu tres proporcions amb els valors d'aquesta taula:

Quilos d'ametlles	Cost en euros
1	9
2	18
5	45

Quina relació de proporcionalitat liiga aquestes dues magnituds?

$$\frac{1}{9} = \frac{2}{18}, \quad \frac{1}{9} = \frac{5}{45}, \quad \frac{2}{18} = \frac{5}{45}$$

Proporcionalitat directa.

3.57 ▲△△ Escriu tres proporcions amb els valors d'aquesta taula:

Velocitat d'un tren (km/h)	20	100	150
Temps que dura el viatge (h)	6	3	2

Quina relació liiga aquestes dues magnituds?

$$\frac{50}{100} = \frac{3}{6}, \quad \frac{50}{150} = \frac{2}{6}, \quad \frac{100}{150} = \frac{2}{3}$$

Proporcionalitat inversa.

3.58 ▲△△ Calcula x en les proporcions següents:

$$a) \frac{15}{20} = \frac{21}{x} = 28 \quad b) \frac{6}{24} = \frac{x}{21} = \frac{21}{4} \quad c) \frac{x}{24} = \frac{40}{64} = 15 \quad d) \frac{28}{x} = \frac{35}{55} = 44$$

$$e) \frac{x}{72} = \frac{53}{212} = 18 \quad f) \frac{17}{x} = \frac{68}{372} = 93 \quad g) \frac{14}{35} = \frac{284}{x} = 710 \quad h) \frac{24}{x} = \frac{x}{54} = 36$$

$$\text{i) } \frac{9}{x} = \frac{x}{25} = 15 \quad \text{j) } \frac{x}{24} = \frac{54}{x} = 36$$

3.59 Calcula la constant de proporcionalitat i, amb l'ajuda d'aquesta constant, completa la taula de valors directament proporcionals següent:

A	2	5	6	8	10	15
B	1,6	4	4,8	6,4	8	12

Constant de proporcionalitat = 0,8

Problemes de proporcionalitat directa i inversa

3.60 Calcula mentalment i contesta:

- a) Tres quilos de taronges costen 2,4 euros. Quant costen dos quilos? 1,6 €
- b) Sis obrers descarreguen un camió en tres hores. Quant tardarien quatre obrers? 4 h 30 min
- c) 200 g de pernil costen 4 euros. Quant costen 150 grams? 3 €
- d) Un avió, en 3 hores, recorre 1 500 km. Quants quilòmetres recorre en 5 hores? 2 500 km
- e) Un camió carregat, a 60 km/h, recorre una distància en 9 hores. Quant de temps inverteix en el viatge de tornada, descarregat, a 90 km/h? 6 hores

3.61 Exercici resolt.

3.62 Si quatre entrades per al cinema han costat 15,2 euros, quant costen cinc entrades? Cinc entrades costaran 19 €.

3.63 El propietari d'un supermercat ha pagat 180 euros per 15 caixes d'alls. Quant ha de pagar per una comanda de 13 caixes d'alls?

Haurà de pagar 156 €.

3.64 Un tren ha recorregut 240 km en tres hores. Si manté la mateixa velocitat, quants quilòmetres recorrerà en les pròximes dues hores? Recorrerà 160 km.

3.65 Una aixeta, oberta durant 10 minuts, fa que el nivell d'un dipòsit pugi 35 cm. Quant puja el nivell si l'aixeta es queda oberta 18 minuts més? Quant de temps haurà de quedar-se oberta per tal que el nivell pugi 70 cm?

El nivell pujarà 63 cm en 18 minuts. En 20 minuts el nivell pujarà 70 cm.

3.66 Exercici resolt.

3.67 Vuit obrers construeixen una paret en 9 dies. Quant tardarien a fer-ho sis obrers? Sis obrers tardarien 12 dies.

3.68 Una aixeta que dóna un cabal de 3 litres per minut omple un dipòsit en 20 minuts. Quant tarda a omplir aquest mateix dipòsit una altra aixeta el cabal de la qual és de 5 litres per minut?

Tardaran 12 minuts.

3.69 Amb quatre pales excavadores es fa un treball de moviment de terres en 14 dies. Quant es tardaria a fer aquest mateix treball si es disposés de 7 pales excavadores? Set pales excavadores tardarien 8 dies.

3.70 **▲▲△** Un bidó de dos litres d'oli costa 5,8 euros. Quant costa un bidó de 5 litres de la mateixa marca?

Costarà 14,5 €.

3.71 **▲▲△** Exercici resolt.

3.72 **▲▲△** Per 3,5 kg de xirimoies he pagat 6,3 euros. Quant pagaré per comprar-ne cinc quilos?

Pagaré 9 € per cinc quilos.

3.73 **▲▲△** En una botiga rebaixen tots els articles en la mateixa proporció. Si per una samarreta de 18 euros pago 6,20 euros, quant he de pagar per un jersey de 90 euros?

He de pagar 81 €.

3.74 **▲▲△** Per dos quilos i tres-cents grams de lluç he pagat 41,4 euros. Quant pagaré per un quilo i set-cents grams?

Pagaré 30,6 €.

3.75 **▲△△** Per un besuc que pesava 875 g la Joana ha pagat 10,85 euros. Quant pagarà en Norbert per un altre besuc d'1,2 kg?

En Norbert pagarà 14,88 €.

3.76 **▲△△** Dues poblacions que disten 18 km es troben, en un mapa, a una distància de 6 cm. Quina és la distància real entre dues ciutats que, en aquest mateix mapa, es troben separades 21 cm? Les dues ciutats disten en la realitat 63 km.

3.77 **▲▲△**

Exercici resolt.

3.78 **▲▲△** Un cotxe, a 90 km/h, fa un recorregut en 5 hores. Quant de temps guanyaria si augmentés la velocitat en 10 km/h?

Guanyaria mitja hora.

3.79 **▲▲△** Una aixeta que dóna un cabal de 25 litres per minut omple un depòsit d'aigua en una hora i mitja. Quant tarda a omplir aquest mateix dipòsit una altra aixeta amb un cabal de 20 litres per minut?

Tardarà 1,875 h = 1 h 52 min 30 s.

3.80 **▲△△** La Laura fa 1,60 m d'alçada i, en aquest moment, la seva ombra té una longitud de 0,8 m. Si l'ombra d'un arbre pròxim fa 10 m, quina n'és l'alçària?

L'arbre mesura 20 metres.

3.81 **▲▲▲** Un automobilista arriba a una gasolinera amb el dipòsit buit i 54 673 km en el comptaquilòmetres. Hi posa 39 litres de gasolina i continua. Quan torna a tenir el dipòsit buit, el comptaquilòmetres marca 55 273 km. Quin és el consum de combustible del cotxe cada 100 quilòmetres?

Per cada 100 km recorreguts gasta 6,5 l.

3.82 **▲▲▲** En una empresa de confecció han de lliurar una comanda en 12 dies. Per a poder-la complir han de fabricar 2 000 peces diàries, però per una avaria es detenen durant dues jornades. Quantes peces han de fabricar diàriament per tal de resoldre aquesta nova situació?

Ha de fabricar 2 400 peces diàries.

3.83 $\blacktriangle\blacktriangle\blacktriangle$ Amb els diners que tinc, ahir podria haver comprat deu adhesius de 0,4 euros cada-un, però avui els han apujats 0,1 euros per unitat. Quants adhesius puc comprar ara? Ara puc comprar 3 còmics i em sobra 1 €.

3.84 $\blacktriangle\blacktriangle\blacktriangle$ Un granger necessita diàriament 45 kg de pinso i 105 kg de farratge per alimentar les seves 30 vaques. Quina quantitat de pinso i de farratge diaris necessaria si vengués 10 vaques? Per a les 20 vaques que li queden necessitarà 30 kg de pinso i 70 kg de farratge.

3.85 $\blacktriangle\blacktriangle\blacktriangle$ El radi d'una circumferència fa 2 m. Quina n'és la longitud? Si sabem que la circumferència completa té 360° , quina és la longitud d'un arc de 90° ? I la d'un arc de 25° ? La longitud d'una circumferència és: $L = 2 \cdot \pi \cdot r$



Longitud de la circumferència: 12,56 m.

Longitud d'un arc de 90° : 3,14 m.

Longitud d'un arc de 25° : 0,872 m.

3.86 $\blacktriangle\blacktriangle\blacktriangle$ Quina és la superfície d'un sector circular de 90° en un cercle de 2 m de radi? I la superfície d'un sector de 25° ?

La superfície d'un cercle és: $S = \pi \cdot r^2$



Superfície d'un sector de 90° : $3,14 \text{ m}^2$.
Superfície d'un sector de 25° : $0,872 \text{ m}^2$.

3.87 $\blacktriangle\blacktriangle\blacktriangle$ Un supermercat rep una càrrega de 100 caixes de refrescos cada setmana. Si cada caixa conté 20 ampolles, quantes ampolles ven aquest supermercat, aproximadament, cada mes? El supermercat ven cada mes 8 000 ampolles aproximadament.

Problemes de proporcionalitat composta

3.88 $\blacktriangle\blacktriangle\blacktriangle$ Cinquanta vedells d'engreix consumeixen 4 200 kg d'alfals a la setmana.

a) Quin és el consum d'alfals per vedell i dia? 12 kg

b) Quants quilos d'alfals calen per alimentar 20 vedells durant 15 dies? 360 kg

c) Durant quants dies podem alimentar 10 vedells si disposem de 600 kg d'alfals? 3 dies sencers i $\frac{1}{3}$ de dia més.

3.89 $\blacktriangle\blacktriangle\blacktriangle$ Per enviar un paquet de 5 kg de pes a una població que es troba a 60 km de distància una empresa de transport m'ha cobrat 9 euros.

Quant em costarà enviar un paquet de 15 kg a 200 km de distància?

Em costarà 90 €.

3.90 $\blacktriangle\blacktriangle\blacktriangle$ Una peça de tela de 2,5 m de llarg i 80 cm d'ample costa 30 euros. Quant costa una altra peça de tela de la mateixa qualitat de 3 m de llarg i 1,20 m d'ample? Costarà 54 €.

3.91 **▲▲▲** Per omplir una bassa fins a una altura de 80 cm ha calgut aportar-hi un cabal de 20 litres per minut durant 1 h 20 min.

Quant de temps tarda a omplir-se la mateixa bassa fins a una altura de 90 cm si s'hi aporta un cabal de 15 litres per minut?

La bassa tardarà a omplir-se 120 min = 2 h.

3.92 **▲▲▲** Cinc màquines embotelladores envasen 7 200 litres d'oli en una hora.

Quants de litres n'envasen tres màquines en dues hores i mitja?

Quant de temps tarden quatre màquines a envasar-ne 12 000 litres?

Tres màquines en 2,5 h envasen 3 240 litres. Quatre màquines en 6 h 56 min 24 s envasen 12 000 litres.

3.93 **▲▲▲** Dotze obrers, treballant-hi 8 hores diàries, acaben una feina en 25 dies.

Quant de temps tardarien a fer aquesta mateixa feina 5 obrers treballant-hi 10 hores diàries?

Tardaran 48 dies.

Càlcul mental

3.94 **▲△△** Calcula mentalment:

- a) 50% de 620 = 310 b) 50% de 2 500 = 1 250 c) 25% de 600 = 150
d) 25% de 840 = 210 e) 75% de 400 = 300 f) 75% de 444 = 333

3.95 **▲△△** Calcula mentalment. Fes-ho en l'ordre en què apareixen:

- a) 10% de 80 = 8 b) 20% de 80 = 16
c) 30% de 80 = 24 d) 40% de 80 = 32
e) 50% de 80 = 40 f) 60% de 80 = 48
g) 70% de 80 = 56 h) 80% de 80 = 64
i) 90% de 80 = 72 j) 100% de 80 = 80

3.96 **▲△△** Quina fracció associes a cadascun dels percentatges següents?

- a) $50\% = \frac{1}{2}$ b) $25\% = \frac{1}{4}$ c) $75\% = \frac{3}{4}$
d) $10\% = \frac{1}{10}$ e) $20\% = \frac{1}{5}$ f) $30\% = \frac{3}{10}$
g) $40\% = \frac{4}{10}$ h) $70\% = \frac{7}{10}$ i) $90\% = \frac{9}{10}$

3.97 **▲△△** Associa un percentatge a cadascuna d'aquestes fraccions:

- a) $\frac{1}{5} = 20\%$ b) $\frac{3}{4} = 75\%$ c) $\frac{1}{4} = 25\%$ d) $\frac{1}{2} = 50\%$ e) $\frac{1}{10} = 10\%$

3.98 **▲△△** Completa:

- a) Per calcular el 50% multipliquem per b) Per calcular el 25% multipliquem per
c) Per calcular el 70% multipliquem per d) Per calcular el 15% multipliquem per
e) Per calcular el 8% multipliquem per f) Per calcular el 1% multipliquem per

Càlcul de percentatges

3.99 ▲▲△ Calcula:

- a) 18% de 650 = 117 b) 12% de 1 500 = 180
c) 23% de 2 500 = 575 d) 45% de 960 = 432
e) 65% de 720 = 468 f) 82% de 1 520 = 1 246,4
g) 8% de 175 = 14 h) 5% de 2 340 = 117

3.100 ▲▲△ Calcula com en l'exemple:

$$13\% \text{ de } 1\,500 = 1\,500 \cdot \frac{13}{100} = 1\,500 \cdot 0,13 = 195$$

- a) 13% de 2 800 = 364 b) 12% de 45 = 5,4
c) 27% de 4 850 = 1 309,5 d) 16% de 2 675 = 428
e) 5% de 344 = 17,2 f) 7% de 800 = 56
g) 2% de 1 625 = 32,5 h) 4% de 625 = 25

3.101 ▲▲△ Exercici resolt.

3.102 ▲▲△ Calcula x en cada cas:

- a) 80% de x = 16 b) 20% de x = 31 c) 5% de x = 13
d) 15% de x = 30 e) 8% de x = 36 f) 70% de x = 140
g) 21% de x = 42 h) 3% de x = 45
a) 20 b) 155 c) 260 d) 200
e) 450 f) 200 g) 200 h) 1 500

Problemes de percentatges

3.103 ▲▲△ En la caixa d'una conejuda marca d'aliments apareix la composició nutritiva: PROTEÏNES... 26%; HIDRATS DE CARBONI ... 8,5%; GREIX ... 5%; LACTOSA ... 9%; D'ALTRES ... 3%. La resta és aigua. Quin percentatge d'aigua conté?

Conté un 48,5% d'aigua.

3.104 ▲▲△ En una escola hi ha 575 alumnes matriculats, dels quals el 8% són hindús. Quants alumnes hindús hi ha?

Hi ha 46 alumnes hindús.

3.105 ▲▲△ Una família gasta el 18% del pressupost en alimentació. Si els ingressos que té són 1 800 euros mensuals, quants diners gasten al mes en aliments?

Gasten 324 € en aliments al mes.

3.106 ▲▲△ En una família que té uns ingressos mensuals de 2 400 euros, gasten 300 euros en oci. Quin percentatge dels ingressos dediquen a l'oci?

El 12,5% dels ingressos es dedica a l'oci.

3.107 ▲▲△ En un congrés de cardiólegs el 15% són espanyols. Si sabem que hi ha 36 metges espanyols, quants metges assisteixen al congrés?

En el congrés hi ha 240 metges.

3.108 ▲▲△ En l'últim partit de bàsquet de la meva ciutat, els cinc jugadors de l'equip titular que va iniciar el partit van aconseguir els resultats següents:

CISTELLES	INTENTS
PAU	8
O'NEIL	9
ROGER MILLER	16
LOSA	7
BIRIAKOV	2
	19
	12
	20
	11
	8

Calcula els percentatges de cada jugador.

Cistelles = 42

Intents = 70

Total = 112

	Cistelles	Intents	Total
Pau	19,05%	27,14%	24,11%
O'Neil	21,43%	17,14%	18,75%
Roger Miller	38,09%	28,57%	32,14%
Losa	16,67%	15,71%	16,07%
Biriakov	4,76%	11,43%	8,93%

Percentatges d'encert

Pau → 42,1%

O'Neil → 75%

Roger M → 80%

Losa → 63,64%

Biriakov → 25%

Problemes d'aplicació

3.109 ▲△△ La Sara ha comprat un jersei que costava 35 euros, però li han fet una rebaixa del 15%. Quant n'ha pagat?

Ha pagat 29,75 €.

3.110 ▲▲△ En Robert ha pagat 29,75 euros per uns pantalons que estaven rebaixats un 15%. Quant costaven els pantalons sense rebaixar?

Els pantalons costaven 35 €.

3.111 ▲▲△ La Llúcia ha pagat 29,75 euros per una brusa que costava 35 euros. Quin tant per cent li han rebaixat?

Li han rebaixat un 15%.

3.112 ▲△△ He anat a comprar una pilota que costava 45 euros, però m'hi han fet una rebaixa del 12%. Quant he pagat per la pilota?

He pagat 39,6 €.

3.113 ▲△△ La paga mensual de l'Andrea és de 25 euros i li han promès un augment del 20% per al pròxim mes. Quina serà la seva nova assignació mensual?

La seva nova assignació és de 30 €.

3.114 ▲▲△ Jo rebia fins ara 6 euros setmanals, però m'han apujat l'assignació a 7,5 euros. Quin ha estat el percentatge augmentat?

Ha augmentat un 25%.

3.115 ▲▲△ He pagat 0,44 euros per una barra de pa, la qual cosa representa un augment del 10% sobre el preu que tenia ahir. Quant costava la barra ahir?

La barra costava 0,4 €.

3.116 ▲△△ Quin interès produeix, en 4 anys, un capital de 3 000 euros, col·locat al 5% anual? 600 €

3.117 ▲△△ Si ingresso al banc 500 euros al 7% anual, quants diners tindré en el compte d'aquí a dos anys?

Tindré 570 €.

3.118 ▲▲△ Exercici resolt.

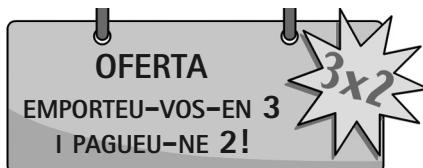
3.119 ▲▲△ Al banc Passapoga s'ingressen 22 500 euros en un compte que està retribuït amb un 6% d'interès. Quants diners hi haurà en el compte un any després? Quant s'hi guanya cada mes? Al cap d'un any hi haurà 23 850 € en el compte. Cada mes es guanyen 112,5 €.

3.120 ▲△△ Quin interès produeix, en cinc mesos, un milió d'euros, col·locat al 2,4% anual? Produeix un interès de 10 000 €.

3.121 Tres pelegrins es troben en una cruïlla de camins i s'asseuen a dinar. Un hi aporta tres pastissos, un altre sis pastissos, i el tercer, que no té pastissos, paga als seus companys amb nou monedes. Com s'han de distribuir les monedes?

Cadascú es menja 3 pastissos. Les 9 monedes han de ser per al que n'aporta 6 i només se'n menja 3.

3.122 Quin percentatge de rebaixes aconsegueixes si aprofites aquesta oferta?



Aconsegueixes una rebaixa del 33,3%.

3.123 Un pagès ven els seus tomàquets a un majorista.

El majorista les ven a un intermediari i hi guanya un 20%.

L'intermediari les ven a un magatzem i hi guanya un 20%.

El magatzem les ven a un minorista i aquest al públic, i cadascú hi guanya, també, un 20%.

Quin percentatge s'ha augmentat el preu que ha cobrat l'agricultor quan el producte surt finalment al públic?

El preu ha augmentat un 107,36%.

Jocs per pensar

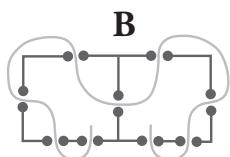
Quadrats sobreposats

C conté un 25% del quadrat D.

Robatori de fitxes

En B falta el 40% de les fitxes.

Recorreguts

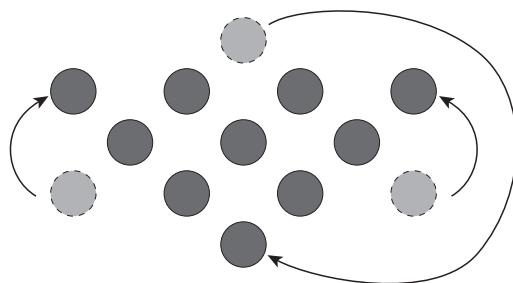


En les figures C i D és impossible traçar un recorregut com el requerit.

Per saber si en un edifici es pot traçar un recorregut d'aquest tipus, cal fixar-se en el nombre de portes de cada habitació:

- Si hi ha més de dues habitacions i totes tenen un nombre senar de portes, no s'hi pot traçar el recorregut.
- En qualsevol altre cas, sí que es pot.

Mou fitxes



Cada lletra una xifra

$$\begin{array}{r} 417 & 467 & 689 & 709 \\ 417 & 467 & 689 & 709 \\ 417 & 467 & 689 & 709 \\ 417 & 467 & 689 & 709 \\ 417 & 467 & 689 & 709 \\ + 417 & + 467 & + 689 & + 709 \\ \hline 2502 & 2802 & 4134 & 4254 \end{array}$$