

Unitat didàctica 4. Expressions algebraiques

Reflexiona

■ **GENERALITZACIÓ:** Observa les construccions de dalt i completa la taula:

Nre. de pisos	1	2	3	4	5	8	10	...	n
Nre. de blocs	1	4	9	16	25	64	100	...	n^2

■ **IDENTITAT:** Comprova que la balança de l'esquerra conté els mateixos objectes als dos platets. Comprova també que la igualtat $2(x + 3) = 2x + 6$ es compleix per a qualsevol valor de x .

Per exemple, per a $x = 10$:

$$2(x + 3) \rightarrow 2 \cdot (10 + 3) = 2 \cdot 13 = 26$$

$$6 + 2x \rightarrow 6 + 2 \cdot 10 = 6 + 20 = 26$$

■ **EQUACIÓ:** Quantes boles substitueixen el cub en la balança de la dreta? Quin ha de ser el valor de x perquè es compleixi la igualtat $x + 3 = 8$?

El cub es pot substituir per cinc boles: $x = 5$

Et convé recordar

■ **Calcula de dues maneres diferents:**

a) $4 \cdot (6 - 2) = 16$

b) $5 \cdot (8 - 6 + 4) = 30$

c) $2 \cdot 3 + 2 \cdot 7 = 20$

d) $3 \cdot 6 - 3 \cdot 8 + 3 \cdot 4 = 6$

■ **Expressa com a suma:** $3 \cdot (a + b)$

$$3a + 3b$$

■ **Expressa com a producte:** $3 \cdot a + 3 \cdot b$

$$3 \cdot (a + b)$$

■ **Calcula:**

a) $8 - (4 - 7) = 11$

b) $15 - (13 - 4 + 2) = 4$

c) $12 - (6 - 9) + (5 - 7) = 13$

d) $-1 + (-3 + 2) - (5 - 2) = -5$

■ **Calcula:**

a) $10 : 2 - 5 \cdot (8 - 10) = 15$

b) $6 \cdot (3 - 4 - 1) - 18 : (2 + 8 - 4) = -15$

■ **Simplifica:**

a) $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ b) $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ c) $\frac{12}{28} = \frac{3}{7}$ d) $\frac{45}{54} = \frac{5}{6}$

Utilitat de l'àlgebra

4.1 Denomina n un nombre natural qualsevol i escriu:

a) Els dos nombres naturals que el segueixen. $n + 1, n + 2$

b) La suma dels tres. $n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3$

4.2 Completa:

1	2	3	4	5	10	15	...	n
3	6	9	12	15	30	45	...	$3n$

4.3 Escriu una fórmula que relacioni la superfície d'un triangle, S , amb la base, b , i l'altura, a , d'aquest triangle.

$$S = \frac{b \cdot a}{2}$$

4.4 Escriu una identitat que expressi la propietat commutativa de la suma:
"L'ordre dels sumands no n'altera el resultat."

$$a + b = b + a$$

4.5 Separa les identitats de les equacions:

a) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

b) $a + 2 = 7$

c) $2a + b = 3b - 6$

d) $a(b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

e) $5a - 3 = 2a$

f) $2(a + 1) = 2a + 2$

Identitats \rightarrow a), d), f)

Equacions \rightarrow b), c), e)

4.6 Escriu una equació per a cadascun dels enunciats següents:

a) Si restem 3 unitats a un nombre i el resultat el dividim entre 2, hi obtenim 15.

$$\frac{x - 3}{2} = 15$$

b) La suma d'un nombre i el nombre següent és 41.

$$x + (x + 1) = 41$$

c) L'edat de la Montse és el doble que la del seu germà Guillem i entre ambdós igualen els 15 anys d'en Frederic, el germà gran.

$$2x + x = 15$$

4.7 Indica el grau de cada monomi:

$$2x \quad -5a^3 \quad \frac{2}{3}xy^3 \quad \frac{1}{5}a^2 b^2$$

Hi ha cap parell de monomis semblants?

Els graus són 1, 3, 4 i 4, respectivament. No hi ha monomis semblants.

4.8 Redueix les expressions següents:

a) $7a - 5a = 2a$

b) $3x + 5x - 4x = 4x$

c) $5x - 2 + 3x + 7 = 8x + 5$

d) $6x^2 - 3x^2 + 4x - 5x = 3x^2 - x$

e) $3a - (1 + 2a) = a - 1$

f) $(a + 1) - (a - 1) = 2$

4.9 Redueix:

a) $3x \cdot 2x = 6x$

b) $5x \cdot x^2 = 5x^3$

c) $(-2x) \cdot 4x^2 = -8x^3$

d) $2ab \cdot 3a = 6a^2b$

e) $3ab \cdot (-5ab) = -15a^2b^2$

f) $a^2b \cdot b^2a = a^3b^3$

4.10 Redueix:

a) $8a : 4a = 2$ b) $6x^2 : 3x = 2x$ c) $5x : 15x^3 = \frac{1}{3x^2}$
 d) $8ab : 2ab = 4$ e) $3a^2b^3 : 6ab = \frac{1}{2}ab^2$ f) $4ab^2 : 4a^2b = \frac{b}{a}$

4.11 Calcula i redueix:

a) $[(2x) \cdot (-5x)] \cdot (3x) = -30x^3$ b) $(2x) \cdot [(-5x) \cdot (3x)] = -30x^3$
 c) $(x^2 : x) \cdot x = x^2$ d) $x^2 : (x \cdot x) = 1$
 e) $[(4x) \cdot (3x)] : (6x^2) = 2$ f) $(5x) \cdot [(6x^2) : (3x)] = 10x^2$

4.12 Indica el grau de cada polinomi:

a) $x^4 - 1 = 4$ b) $3x + 5 = 1$ c) $1 + x + x^2 = 2$

4.13 Calcula el valor numèric del polinomi següent:

$x^3 - 6x^2 + 8$ per a: a) $x = 0$; b) $x = -1$; c) $x = 2$
 a) 8 b) 1 c) -8

4.14 Calcula per tempteig els valors de x que anul·len cada polinomi:

a) $x - 2 \rightarrow x = 2$ b) $2x - 8 \rightarrow x = 4$
 c) $x^2 - 4 \rightarrow x = \pm 2$ d) $x^2 - 5x + 6 \rightarrow x = 2, x = 3$

4.15 Donats els polinomis $A = 2x^3 - 3x^2 + 4$ i $B = x^3 - 4x^2 + 3x + 2$, calcula:

a) $A + B = 3x^3 - 7x^2 + 3x + 6$ b) $A - B = x^3 + x^2 - 3x + 2$

4.16 Donats els polinomis $M = 3x^3 - 5x^2 - 6x + 9$ i $N = 4x^2 - 7x - 5$, calcula:

a) $M + N = 3x^3 - x^2 - 13x + 4$ b) $M - N = 3x^3 - 9x^2 + x + 14$ c) $2M - N = 6x^3 - 14x^2 - 5x + 23$

4.17 Calcula:

a) $3 \cdot (x + 4) = 3x + 12$ b) $5x \cdot (x - 1) = 5x^2 - 5x$
 c) $3x^2 \cdot (x + 2) = 3x^3 + 6x^2$ d) $5 \cdot (3x^2 - 5x - 7) = 15x^2 - 25x - 35$
 e) $2x^2 \cdot (x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x + 1) = 2x^6 - 4x^5 - 10x^4 + 12x^3 + 2x^2$

4.18 Calcula:

a) $(x + 1) \cdot (2x - 3) = 2x^2 - x - 3$ b) $(3x - 1) \cdot (2x + 2) = 6x^2 + 4x - 2$
 c) $3 \cdot (x + 2) \cdot (x - 1) = 3x^2 + 3x - 6$ d) $(x + 3) \cdot (x^2 - x + 1) = x^3 + 2x^2 - 2x + 3$
 e) $(x^2 + 5x + 3) \cdot (x^4 - 2x^2 + 6x - 1) = x^6 + 5x^5 + x^4 - 4x^3 + 23x^2 + 13x - 3$

4.19 Extreu factor comú en cadascuna de les expressions següents:

a) $5a + 5b = 5(a + b)$ b) $5a + 10 = 5(a + 2)$
 c) $4a^2 + 12a = 4a(a + 3)$ d) $2ab + a^2b = ab(2 + a)$
 e) $2x + 4x^2 = 2x(1 + 2x)$ f) $4x^2 + 2x^3 = 2x^2(2 + x)$
 g) $3xy + 6xz + 3x = 3x(y + 2z + 1)$ h) $xy + x^2y + xy^2 = xy(1 + x + y)$

4.20 Simplifica, amb l'extracció de factor comú on sigui possible, les fraccions següents:

a) $\frac{5a + 5b}{5a + 10} = \frac{a + b}{a + 2}$ b) $\frac{6x^3}{4x^2 + 2x^3} = \frac{3x}{2 + x}$
 c) $\frac{x + x^2}{x^2 + x^3} = \frac{1}{x}$ d) $\frac{2x^2 + 4xy}{4x^2 + 2xy} = \frac{x + 2y}{2x + y}$

4.21 Calcula:

- a) $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ b) $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$ c) $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
 d) $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$ e) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$ f) $(3x - 5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$
 g) $(2a - 1)^2 = 4a^2 - 4a + 1$ h) $(a + 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$ i) $(-b + 2a)^2 = b^2 - 4ab + 4a^2$

4.22 Expressa en forma de quadrat d'una suma o d'una diferència:

- a) $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$ b) $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$
 c) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$ d) $9 - 12x + 4x^2 = (3 - 2x)^2$

4.23 Elimina els parèntesis:

- a) $(a + 1) \cdot (a - 1) = a^2 - 1$ b) $(5 + x) \cdot (5 - x) = 25 - x^2$
 c) $(2x + 1) \cdot (2x - 1) = 4x^2 - 1$ d) $(2a + 3b) \cdot (2a - 3b) = 4a^2 - 9b^2$

4.24 Descompon en factors:

- a) $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$ b) $x^2 - 1 = (x + 1) \cdot (x - 1)$
 c) $25 - 10x + x^2 = (x - 5)^2 = (5 - x)^2$ d) $25 - x^2 = (5 + x) \cdot (5 - x)$

4.25 Fixa't en els resultats de l'exercici anterior i simplifica les fraccions següents:

- a) $\frac{x + 1}{x^2 - 1} = \frac{1}{x - 1}$ b) $\frac{5 - x}{25 - 10x + x^2} = \frac{1}{5 - x}$
 c) $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1} = \frac{x - 1}{x + 1}$ d) $\frac{25 - 10x + x^2}{25 + x^2} = \frac{5 - x}{5 + x}$

Llenguatge algebraic**4.26** ▲▲△ Denomina n un nombre qualsevol i tradueix a llenguatge algebraic els enunciats següents:

- a) La meitat de n . $\frac{n}{2}$
 b) La meitat de n menys quatre unitats. $\frac{n}{2} - 4$
 c) La meitat del resultat de restar quatre unitats a n . $\frac{n - 4}{2}$
 d) El doble del resultat de sumar tres unitats a n . $2(n + 3)$

4.27 ▲▲△ Expressa amb llenguatge algebraic:

- a) Un múltiple qualsevol de cinc. $5 \cdot k$
 b) Un múltiple qualsevol de dos. $2 \cdot k$
 c) Qualsevol nombre que no sigui múltiple de dos. $2 \cdot k + 1$
 d) Qualsevol nombre que deixi un residu de tres unitats en dividir-lo entre cinc. $5 \cdot k + 3$

4.28 ▲▲△ Completa, amb una expressió algebraica, la casella que va aparellada a n :

1	2	3	4	10	n
4	7	10	13	31	?

$$3n + 1$$

4.29 ▲▲△ Escriu una equació per a cada enunciat i tracta de trobar, en cada cas, el nombre que compleix la condició expressada:

a) Si restes 20 a un nombre, x , i en dobles el resultat, obtens 10.

$$2(x - 20) = 10; x = 25$$

b) El triple d'un nombre, x , coincideix amb el valor obtingut en sumar-hi 10 unitats.

$$3x = x + 10; x = 5$$

c) La meitat d'un nombre coincideix amb el valor que hi obtenim en restar-hi 11.

$$\frac{x}{2} = x - 11; x = 22$$

4.30 ▲▲△

Exercici resolt.

4.31 ▲▲△ Demuestra que la suma de dos nombres parells consecutius mai no és múltiple de 4.

Dos nombres parells consecutius són $2n$ i $2n + 2$.

Dos parells consecutius són de la forma $2x$ i $2x + 2$.

$$2x + 2x + 2 = 4x + 2$$

$4x$ és múltiple de 4, però no de 2. Per tant, $4x + 2$ no és múltiple de 4.

4.32 ▲▲△ Demuestra que la suma de tres nombres naturals consecutius és igual al triple del mitjà.

Tres nombres naturals consecutius són $n - 1$, n , $n + 1$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Mitjà} \rightarrow x \\ \text{Anterior} \rightarrow x - 1 \\ \text{Posterior} \rightarrow x + 1 \end{array} \right\} x + (x - 1) + (x + 1) = 3x$$

4.33 ▲▲▲ Demuestra que la suma de tres nombres imparells consecutius sempre és múltiple de 3.

Els nombres són $2x + 1$, $2x + 3$ i $2x + 5$.

$$(2x + 1) + (2x + 3) + (2x + 5) = 6x + 9 = 3(2x + 3)$$

És múltiple de 3.

4.34 ▲▲▲ Demuestra que si sumes 3 a qualsevol nombre, després dupliques el resultat, li restes 1, el tornes a duplicar i li restes el quàdruple del nombre, obtens sempre 10, sigui quin sigui el nombre inicial.

$$[(x + 3) \cdot 2 - 1] \cdot 2 - 4x = (2x + 6 - 1) \cdot 2 - 4x = 4x + 10 - 4x = 10$$

Operacions amb monomis

4.35 ▲△△ Indica el grau de cadascun dels monomis següents:

a) $5x^2 = 2$ b) $\frac{3}{4}x = 1$ c) $-7xy = 2$

d) $\frac{3}{4}a^5 = 5$ e) $a^2b^4 = 6$ f) $-\frac{1}{2}a^3b^3 = 6$

4.36 ▲△△ Redueix:

a) $3x + 2x + x = 6x$ b) $5x^2 + 2x^2 = 7x^2$
c) $3x - 5 + 2x + 4 = 5x - 1$ d) $x^2 + x + x^2 + x = 2x^2 + 2x$
e) $3x^2 - x^2 + 5 - 7 = 2x^2 - 2$ f) $3x + x^2 - 2x - x^2 + 3 = x + 3$

4.37 ▲▲▲ Elimina els parèntesis i redueix:

- a) $(x - 1) - (x - 5) = 4$ b) $2x + (1 + x) = 3x + 1$
c) $5x - (3x - 2) = 2x + 2$ d) $(3x - 4) + (3x + 4) = 6x$
e) $(1 - x) - (1 - 2x) = x$ f) $(2 - 5x) - (3 - 7x) = 2x - 1$

4.38 ▲▲▲ Calcula i redueix:

- a) $2x \cdot 7x = 14x^2$ b) $12x \cdot \frac{1}{4}x^2 = 3x^3$
c) $2x \cdot 3x \cdot (-x) = -6x^3$ d) $(-5x) \cdot \left(-\frac{3}{5}x^2\right) = 3x^3$
e) $x^8 : x^6 = x^2$ f) $6x^4 : 3x^3 = 2x$
g) $(-6x^6) : (2x) = -3x^5$ h) $\left(\frac{2}{3}x^4\right) : \left(\frac{1}{3}x^2\right) = 2x^2$

Operacions amb polinomis

4.39 ▲▲▲ Redueix les expressions següents:

- a) $2 - 5x^2 + 7x^2 - 2x + 6 = 2x^2 - 2x + 8$
b) $(x + 1) - (x - 1) + x = x + 2$
c) $(2x^2 - 3x - 8) + (x^2 - 5x + 10) = 3x^2 - 8x + 2$
d) $(2x^2 - 3x - 8) - (x^2 - 5x + 10) = x^2 + 2x - 18$

4.40 ▲▲▲ Elimina els parèntesis i redueix:

- a) $(5x^2 - 6x + 7) - (4x^2 - 5x + 6) = x^2 - x + 1$
b) $(x^2 - 4x - 5) + (x^2 + 3x - 1) = 2x^2 - x - 6$
c) $(2x^2 - 5x + 3) + (3x^2 + 5x) + (x^2 + x - 3) = 6x^2 + x$
d) $(x^2 - 4) + (x + 5) - (x^2 - x) = 2x + 1$

4.41 ▲▲▲ Redueix:

- a) $(2x^2 - 5x + 6) - 2(x^2 - 3x + 3) = x$
b) $2(5x^2 - 4x + 2) - (8x^2 - 7x + 4) = 2x^2 - x$
c) $3(x - 2) - 2(x - 1) - (x + 1) = -5$
d) $2(x^2 - 1) + 4(2x - 1) - 11x = 2x^2 - 3x - 6$

4.42 ▲▲▲ Considera els polinomis $A = x^3 - 5x + 4$, $B = 3x^2 + 2x + 6$ i $C = x^3 - 4x - 8$.

Calcula:

- a) $A + B = x^3 + 3x^2 - 3x + 10$ b) $A - B = x^3 - 3x^2 - 7x - 2$
c) $A - C = -x + 12$ d) $B + C = x^3 + 3x^2 - 2x - 2$
e) $A + B + C = 2x^3 + 3x^2 - 7x + 2$ f) $A - B - C = -3x^2 - 3x + 6$

4.43 ▲▲▲ Completa les caselles buides:

- a) $x^2 + 6x - 9$ b) $3x^3 - 5x^2 - 6x + 7$
 $3x^2 + 2x + 7$ $2x^3 - 3x^2 + 4x - 8$
 $4x^2 + 8x - 2$ $5x^3 - 8x^2 - 2x - 1$

4.44 ▲▲▲ Calcula:

- a)
$$\begin{array}{r} 3x^2 + 5x - 6 \\ x \quad 3x - 5 \\ \hline 9x^3 - 43x + 30 \end{array}$$
 b)
$$\begin{array}{r} 2x^3 + 5x^2 - 3x + 1 \\ x \quad x + 2 \\ \hline 2x^4 + 9x^3 + 7x^2 - 5x + 2 \end{array}$$

4.45 ▲▲△ Calcula:

- a) $3x \cdot (x^3 - 2x + 5) = 3x^4 - 6x^2 + 15x$
 b) $(x + 2) \cdot (x - 5) = x^2 - 3x - 10$
 c) $(x^2 - 2) \cdot (x^2 + 2x - 3) = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 4x + 6$
 d) $(x^3 - 5x^2 + 1) \cdot (x^2 - 3x + 1) = x^5 - 8x^4 + 16x^3 - 4x^2 - 3x + 1$

4.46 ▲▲△ Completa les caselles buides:

a) $\begin{array}{r} 2x^2 - x + 3 \\ \times \quad \quad 2x - 5 \\ \hline - 10x^2 + 5x - 15 \\ 4x^3 - 2x^2 + 6x \\ \hline 4x^3 - 12x^2 + 11x - 15 \end{array}$	b) $\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 5x - 1 \\ \times \quad \quad x^2 - 3x - 2 \\ \hline - 2x^3 + 4x^2 + 10x + 2 \\ - 3x^4 + 6x^3 + 15x^2 + 3x \\ \hline x^5 - 2x^4 - 5x^3 - x^2 \\ \hline x^5 - 5x^4 - x^3 + 18x^2 + 13x + 2 \end{array}$
---	---

4.47 ▲▲△ Redueix:

- a) $x \cdot (5x - 4) - 2 \cdot (x^2 - x) = 3x^2 - 2x$
 b) $(2x + 1) \cdot x^2 - (x - 1) \cdot x^2 = x^3 + 2x^2$
 c) $(3x - 1) \cdot (x + 1) - (x + 1) \cdot (2x - 1) = x^2 + x$
 d) $(2x - 3) \cdot (x + 1) - (x^2 - x - 4) = x^2 + 1$
 e) $(2x^2 + 3) - (x - 1) \cdot (2 + 2x) = 5$

4.48 ▲▲△ Exercici resolt.**4.49** ▲▲△ Calcula:

- a) $(15x - 10) : 5 = 3x - 2$
 b) $(12x^2 - 18x + 6) : 6 = 2x^2 - 3x + 1$
 c) $(x^4 + 5x^2 - 6x) : x = x^3 + 5x - 6$
 d) $(2x^4 + 5x^3) : x^2 = 2x^2 + 5x$
 e) $(2x^3 - 6x^2 + 8x) : 2x = x^2 - 3x + 4$
 f) $(5x^3 - 10x^2 + 15x) : 5x = x^2 - 2x + 3$

4.50 ▲▲△ Calcula i redueix:

- a) $12x^2 : (6x \cdot 2x) = 1$
 b) $(12x^2 : 6x) \cdot 2x = 4x^2$
 c) $(24x^3) : [(4x^2) : (2x)] = 12x^2$
 d) $[(24x^3) : (4x^2)] : (2x) = 3$
 e) $[x^3 - (x^3 - x^2)] : x^2 = 1$
 f) $(18x^2) : [6 - 3(3x + 2)] = -2x$

Productes notables i extracció de factor comú**4.51** ▲▲△ Calcula sense fer-ne la multiplicació i, després, comprova el resultat multiplicant:

- | | |
|--|---|
| a) $(x + 6)^2 = x^2 + 12x + 36$ | b) $(8 + a)^2 = 64 + 16a + a^2$ |
| c) $(3 - x)^2 = 9 - 6x + x^2$ | d) $(ba - 3)^2 = (ba)^2 - 6ba + 9$ |
| e) $(x + 4) \cdot (x - 4) = x^2 - 16$ | f) $(y - a)(y + a) = y^2 - a^2$ |
| g) $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$ | h) $(3a - 5b)^2 = 9a^2 - 30ab + 25b^2$ |
| i) $(3x - 5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$ | j) $(2x + 1) \cdot (2x - 1) = 4x^2 - 1$ |
| k) $\left(\frac{2}{3} - x\right)^2 = \frac{4}{9} - \frac{4}{3}x + x^2$ | l) $(x^2 + y)^2 = x^4 + 2x^2y + y^2$ |

4.52 ▲▲▲ Transforma cada expressió en un quadrat:

a) $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ b) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$
c) $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$ d) $x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$
e) $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$ f) $9x^2 - 12x + 4 = (3x - 2)^2$

4.53 ▲▲▲ Extreu factor comú en aquestes sumes:

a) $5a + 5b - 5c = 5(a + b - c)$ b) $3a - 4ab + 2ac = a(3 - 4b + 2c)$
c) $x^2 + 2x = x(x + 2)$ d) $2x - 4y = 2(x - 2y)$
e) $3x + 6y + 9 = 3(x + 2y + 3)$ f) $6x - 3x^2 + 9x^3 = 3x(2 - x + 3x^2)$
g) $3x - 6x^2 + 9x^3 = 3x(1 - 2x + 3x^2)$ h) $x^2 - 10x^4 + 2x^8 = x^2(1 - 10x^2 + 2x^6)$
i) $6a^2b + 4ab^2 = 2ab(3a + 2b)$ j) $x^2y - y^2x = xy(x - y)$
k) $15x^4 + 5x^3 + 10x^2 = 5x^2(3x^2 + x + 2)$ l) $10x^3y^2 - 2x^2y + 4y^4x = 2xy(5x^2y - x + 2y^3)$

4.54 ▲▲▲ Utilitza els productes notables i l'extracció de factors comuns per a descompondre en factors les expressions següents:

a) $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$
b) $4a^2b^4 - 4ab^2 + 1 = (2ab^2 - 1)^2$
c) $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$
d) $3x^3 - 3x = 3x(x^2 - 1) = 3x(x + 1)(x - 1)$
e) $6x^2 - 9x^3 = 3x^2(2 - 3x)$
f) $5x^2 + 10x + 5 = 5(x + 1)^2$
g) $4x^2 - 25 = (2x + 5)(2x - 5)$
h) $16x^6 - 64x^5 + 64x^4 = 16x^4(x^2 - 4x + 4) = 16x^4(x - 2)^2$
i) $5x^4 - 10x^3 + 5x^2 = 5x(x - 1)^2$
j) $x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1) = x^2(x + 1)(x - 1)$
k) $3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9) = 3(x + 3)(x - 3)$
l) $3x^3 - 18x^2 + 27x = 3x(x^2 - 6x + 9) = 3x(x - 3)^2$
m) $x^4 - 1 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$
n) $x^4 - 2x^2 + 1 = (x^2 - 1)^2 = [(x - 1)(x + 1)]^2 = (x - 1)^2(x + 1)^2$

4.55 ▲▲▲ Extreu factor comú en el numerador i en el denominador i després simplifica:

a) $\frac{4 - 6x}{6x^2 - 9x^3} = \frac{2}{3x^2}$ b) $\frac{5x^2 + 10x}{x + 2} = 5x$
c) $\frac{x^3 + x^2}{2x^3 - 3x^2} = \frac{x + 1}{2x - 3}$ d) $\frac{3x^3 - x^2}{x^3 + 2x^2} = \frac{3x - 1}{x + 2}$
e) $\frac{a^2 + ab + a}{b^2 + ab + b} = \frac{a}{b}$ f) $\frac{x^3 - x}{5x^2 - 5} = \frac{x}{5}$
g) $\frac{x^2 + x}{2x^3 + 2x^2} = \frac{1}{2x}$ h) $\frac{x^2y - x^3y^2}{x^2y^2} = \frac{1 - xy}{y}$

4.56 ▲▲▲ Descompon en factors els numeradors i els denominadors, tenint-ne en compte els productes notables, i després simplifica:

a) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} = \frac{x + 1}{x - 1}$ b) $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} = \frac{x + 2}{x - 2}$

$$c) \frac{x^2 - y^2}{x^2 - 2xy + y^2} = \frac{x + y}{x - y}$$

$$d) \frac{2x^2 - 8}{x + 2} = 2(x - 2)$$

$$e) \frac{2x + 1}{4x^2 + 4x + 1} = \frac{1}{2x + 1}$$

$$f) \frac{2x^4 - 2x^3}{4x^4 - 4x^2} = \frac{x}{2(x + 1)}$$

$$g) \frac{3x^4 - 9x^2}{x^2 - 3} = 3x^2$$

$$h) \frac{3x^2 + 3x + 3}{x^3 + x^2 + x} = \frac{3}{x}$$

4.57 Exercici resolt.

4.58 Calcula la suma dels 50 primers nombres naturals: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 49 + 50$

$$S = 1 + 1 + 2 + 4 + \dots + 49 + 50$$

$$S = 50 + 49 + 48 + 47 + \dots + 2 + 1$$

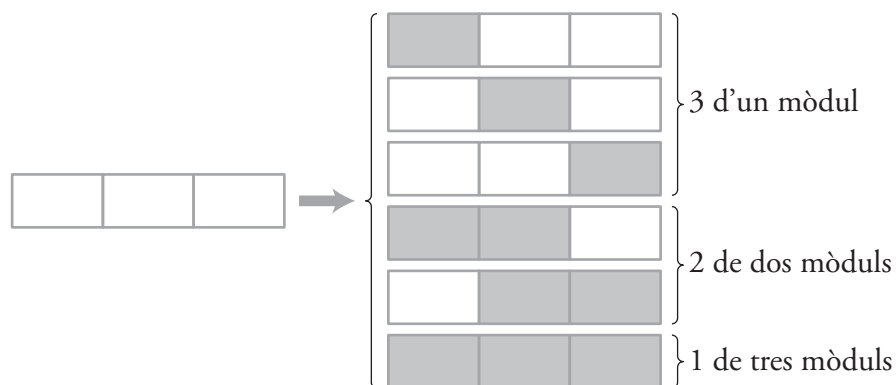
$$2S = 51 + 51 + 51 + 51 + \dots + 51 + 51$$

$$2S = 50 \cdot 51 = 2550 \rightarrow S = 1275$$

4.59 Completa la taula següent:

Sumands		Càlcul	Total
1	1	1	1
2	1 + 2	$(2 \cdot 3) : 2$	3
3	1 + 2 + 3	$(3 \cdot 4) : 2$	6
4	1 + 2 + 3 + 4	$(4 \cdot 5) : 2$	10
5	1 + 2 + 3 + 4 + 5	$(5 \cdot 6) : 2$	15
...
10	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10	$(10 \cdot 11) : 2$	55
50	1 + 2 + 3 + ... + 50	$(50 \cdot 51) : 2$	1275
n	1 + 2 + 3 + ... + n	$n(n + 1) : 2$	$(n^2 + n) : 2$

4.60 En aquesta figura formada per tres rectangles elementals veiem 6 rectangles de diferents dimensions.



Quants rectangles de diferents dimensions hi ha en una figura formada per quatre rectangles elementals?



Amb 4 rectangles elementals hi ha 10 rectangles de diferent grandària.

I per cinc rectangles elementals? I per sis?... I per n ?

Amb 5 rectangles elementals hi ha 15 rectangles de diferent grandària.

Amb n rectangles elementals hi ha:

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^2 - n}{2} \text{ rectangles}$$

Jocs per pensar

Mosaic

Per a construir un hexàgon de costat 20 necessitam $6 \cdot 20^2 = 2\,400$ peces triangulars.

Per a construir un hexàgon de costat n necessitam $6 \cdot n^2$ peces triangulars.

Fórmula per a supersticiosos

$$\text{Àrea} = 13a^2$$

Notablement iguals

La igualtat es pot traduir així:

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

Saps moure mistos?

