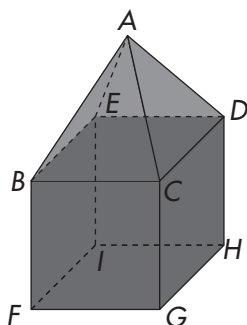


## Reflexiona

■ Quantes cares té aquest poliedre?

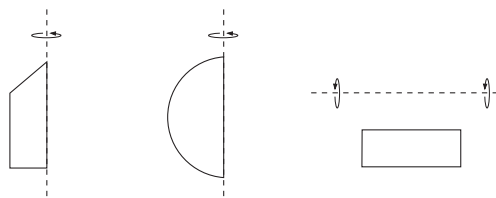
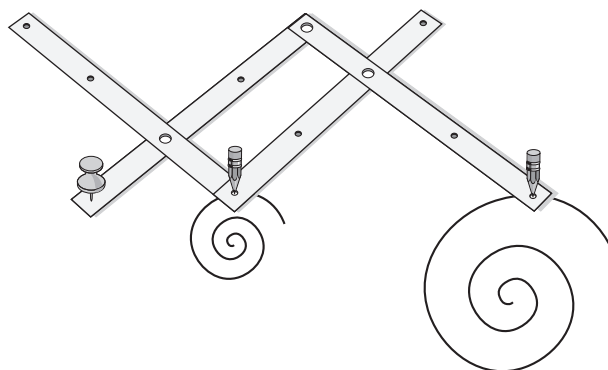
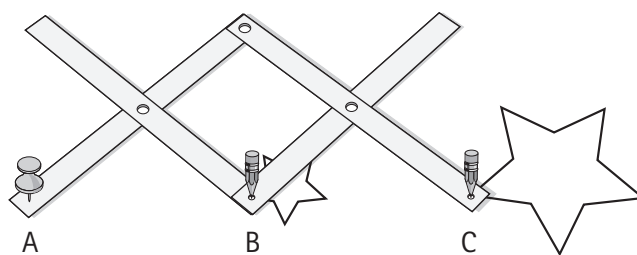
Quantes cares són triangles? I quadrilàters?

Compta el nombre d'arestes i vèrtexs que té el poliedre.



9 cares, 4 triangles i 5 quadrilàters. Té 16 arestes i 9 vèrtexs.

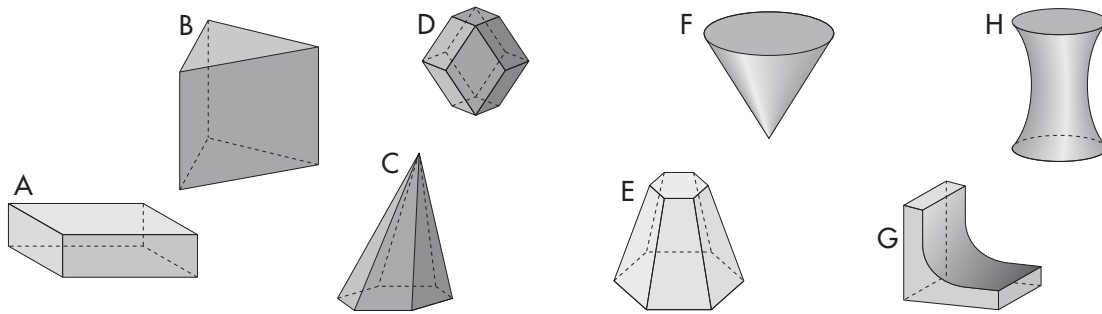
■ Dibuixa les figures planes que, en girar, generen aquests cossos de revolució i assenjala en cada cas l'eix de gir.



## Et convé recordar

Què és un poliedre i quins en són els elements

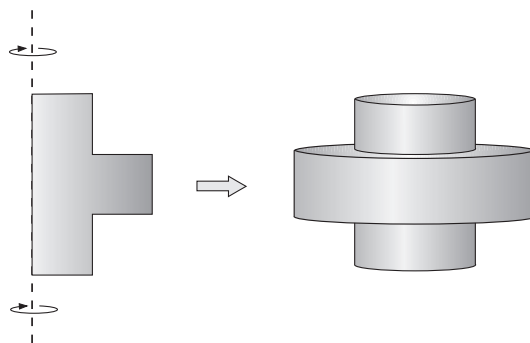
■ Quines de les figures següents són poliedres?



Digues quantes cares, quants de vèrtexs i quantes arestes té cadascun d'aquests poliedres. Són poliedres les figures A, B, C, D i E.

	A	B	C	D	E
Nre de cares	6	5	7	12	8
Nre de vèrtexs	8	6	7	14	12
Nre d'arestes	12	9	12	24	18

Què és un cos de revolució?

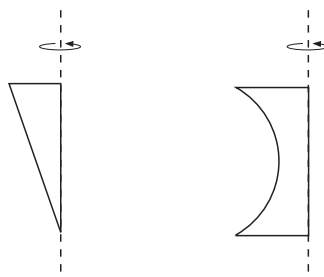


■ Quines de les figures de l'exercici anterior són de revolució?

F, H

■ En cada cas, dibuixa la figura plana que el genera i assenyalan l'eix.

Construcció

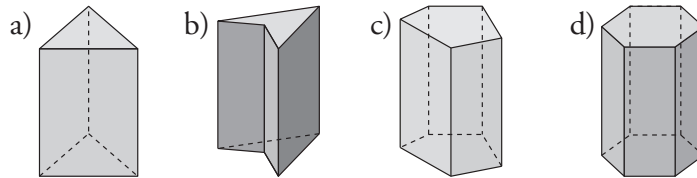


## Prismes

**7.1** Digues quin tipus de prisma és cadascun dels següents.

Indica quins d'aquests són regulars.

Dibuixa el desenvolupament del primer prisma.



- a) Prisma triangular regular.  
 b) Prisma quadrangular.  
 c) Prisma pentagonal.  
 d) Prisma hexagonal regular.

**7.2** Les bases d'un prisma recte són rombes les diagonals dels quals tenen 8 cm i 6 cm. L'altura del prisma és 10 cm.

Dibuixa'n el desenvolupament i calcula'n l'àrea total.

Construcció.

$$A_{\text{TOTAL}} = 248 \text{ cm}^2$$

**7.3** Les bases d'un prisma recte són triangles rectangles els catets dels quals tenen 12 dm i 5 dm. L'altura del prisma és 6 dm.

Dibuixa'n el desenvolupament i calcula'n l'àrea total.

Construcció.

$$A_{\text{TOTAL}} = 240 \text{ dm}^2$$

**7.4** Les dimensions d'un ortoedre són 6 cm, 11 cm i 10 cm. Calcula'n l'àrea.

$$A = 472 \text{ cm}^2$$

**7.5** Calcula l'àrea d'un cub l'aresta del qual té una longitud de 10 cm.

$$A = 600 \text{ cm}^2$$

**7.6** L'àrea d'un cub és 294 cm<sup>2</sup>. Calcula'n l'aresta.

$$a = 7 \text{ cm}$$

**7.7** L'àrea d'un ortoedre és 242 dm<sup>2</sup>. Dues de les dimensions són 3 dm i 7 dm. Quina és la tercera dimensió?

La tercera dimensió és 10 dm.

**7.8** Calcula l'àrea total i la longitud de la diagonal d'un ortoedre de dimensions 6 cm, 2 cm i 3 cm.

$$A_{\text{TOTAL}} = 72 \text{ cm}^2$$

$$\text{Diagonal} = 7 \text{ cm}$$

**7.9** Les dimensions d'una caixa de cartó són 40 cm, 25 cm i 20 cm. Podem guardar a l'interior d'aquesta caixa una vareta de mig metre de llarg?

La vareta sí que hi cap.

**7.10** Un cub té 20 cm d'aresta. Calcula l'àrea total i la longitud de la diagonal.

$$A_{\text{TOTAL}} = 2400 \text{ cm}^2$$

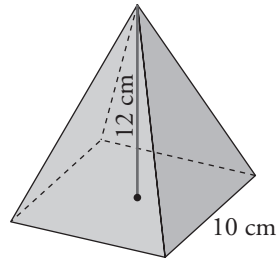
$$\text{Diagonal} = 34,64 \text{ cm}$$

**7.11** La base d'un ortoedre és un rectangle de dimensions 9 cm i 12 cm. La diagonal de l'ortoedre fa 17 cm. Calcula la mesura del costat desconegut i l'àrea total de la figura.

El costat desconegut mesura 8 cm.

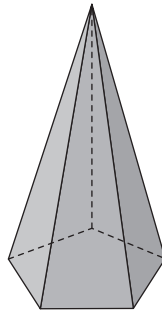
$$A_{\text{TOTAL}} = 552 \text{ cm}^2$$

**7.12** Calculem l'àrea total d'una piràmide regular la base de la qual és un quadrat de 10 cm de costat i l'altura de la qual és de 12 cm.



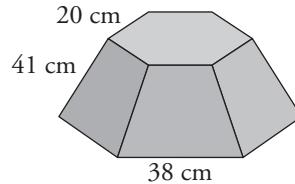
$$A_{\text{TOTAL}} = 360 \text{ cm}^2$$

**7.13** La base d'una piràmide regular és un pentàgon de 16 dm de costat i 11 dm d'apotema. L'altura de la piràmide és de 26,4 dm. Calcula'n l'àrea total.



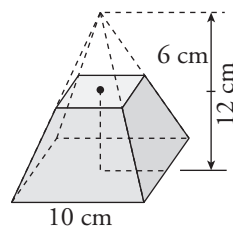
$$A_{\text{TOTAL}} = 1584 \text{ cm}^2$$

**7.14** Calcula l'àrea lateral d'un tronc de piràmide hexagonal les dimensions del qual són les del dibuix.



$$A_{\text{TOTAL}} = 6960 \text{ cm}^2$$

**7.15** Un pla talla una piràmide regular de base quadrada de 10 cm de costat i altura 12 cm a la meitat de l'altura. Calcula l'àrea total del tronc de piràmide que en resulta.



$$A_{\text{TOTAL}} = 305 \text{ cm}^2$$

**7.16** Tingues en compte la suma dels angles que coincidiren en cada vèrtex i justifica per què no podem construir un poliedre en els casos següents:

a) Coincidint sis triangles equilàters en cada vèrtex.

Els angles d'un triangle equilàter mesuren  $60^\circ$ .

$$60^\circ \cdot 6 = 360^\circ$$

La unió dels triangles equilàters per un dels vèrtexs forma un pla.

**b) Coincidint quatre quadrats en cada vèrtex.**

Un quadrat té quatre angles iguals de  $90^\circ$ .

$$4 \cdot 90^\circ = 360^\circ$$

La unió de quatre quadrats per un dels vèrtexs forma un pla.

**c) Coincidint quatre pentàgons regulars en cada vèrtex.**

Un pentàgon regular té angles d'amplitud  $108^\circ$ .

$$4 \cdot 108^\circ = 432^\circ > 360^\circ$$

La unió de quatre pentàgons regulars per un dels vèrtexs supera els  $360^\circ$ .

**d) Amb hexàgons regulars o polígons regulars de més costats.**

Un hexàgon regular té angles de  $120^\circ$ .

En un vèrtex d'un políedre han de coincidir, com a mínim, tres cares.

$$3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$$

Els polígons regulars de més de sis costats tenen angles majors que  $120^\circ$ .

$$\text{Si } \alpha > 120^\circ, \quad 3\alpha > 360^\circ$$

**7.17** Dibuixa el desenvolupament d'un cilindre recte la base del qual fa 2 cm de radi i l'altura, 8 cm.

Construcció.

Alt del rectangle = 8 cm

Ample del rectangle = 12,6 cm

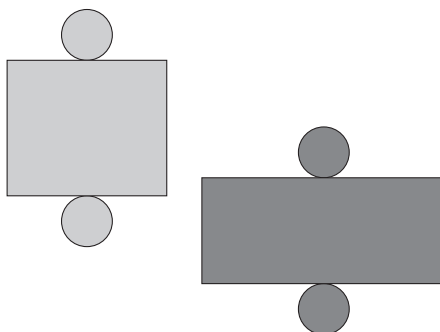
**7.18** Quina quantitat de xapa necessitam per construir un dipòsit cilíndric tancat de 0,6 m de radi de la base i 1,8 d'altura?

Fan falta  $9,04 \text{ m}^2$  de xapa.

**7.19** Hem d'impermeabilitzar el terra i les parets interiors d'un dipòsit circular obert per dalt. El radi de la base fa 4 m i, l'altura, 5 m. Si costa 18 euros impermeabilitzar-ne  $1 \text{ m}^2$ , quin és el cost de tota l'obra?

El cost de tota l'obra és 3 165,12 €.

**7.20** Agafa mides i decideix quin dels desenvolupaments següents correspon a un cilindre.



El desenvolupament groc correspon a un cilindre.

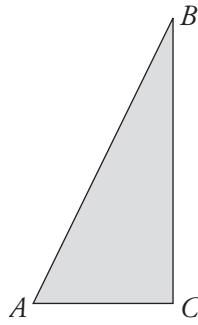
**7.21** Dibuixa els cons que obtenim en fer girar aquest triangle rectangle:

a) Al voltant del costat *AC*.

Construcció.

b) Al voltant del costat *BC*.

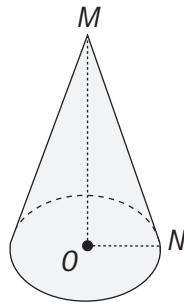
Construcció.



**7.22** Calcula l'àrea lateral i l'àrea total d'aquest con, sabent que:  $ON = 3 \text{ cm}$ ,  $MN = 5 \text{ cm}$ .

$$\text{Àrea lateral} = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 3 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 47,12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Àrea total} = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2 = 47,12 \text{ cm}^2 + \pi (3 \text{ cm})^2 = 75,40 \text{ cm}^2$$



**7.23** Considera un tronc de con les bases del qual tenen radis de  $17 \text{ cm}$  i  $22 \text{ cm}$  i una altura de  $12 \text{ cm}$ .

a) Calcula la generatriu.

$$g = 13 \text{ cm}$$

b) Calcula l'àrea lateral de la figura.

$$A_{\text{LAT}} = 1592 \text{ cm}^2$$

c) Calcula l'àrea total de la figura.

$$A_{\text{TOTAL}} = 4019,22 \text{ cm}^2$$

**7.24** Calcula la superfície d'un motlle de fer flams obert per dalt, amb les mesures següents: radi de les bases,  $10 \text{ cm}$  i  $15 \text{ cm}$ ; generatriu,  $13 \text{ cm}$ .

$$A_{\text{LAT}} = 1334,5 \text{ cm}^2$$

**7.25** Una esfera de  $5 \text{ cm}$  de radi, la talla un pla que passa a  $3 \text{ cm}$  del centre.

Quin és el radi de la circumferència que determina?

El radi de la circumferència resultant és de  $4 \text{ cm}$ .

**7.26** Sabem que en tallar una esfera amb un pla que dista  $2 \text{ cm}$  del centre, es genera una circumferència plana de  $4 \text{ cm}$  de radi.

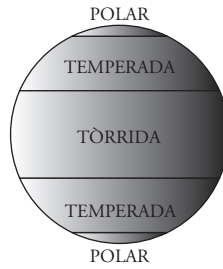
Quant fa el radi de l'esfera?

El radi de l'esfera mesura  $4,47 \text{ cm}$ .

**7.27** En una esfera terrestre escolar de  $20 \text{ cm}$  de radi hi ha indicades les zones climàtiques.

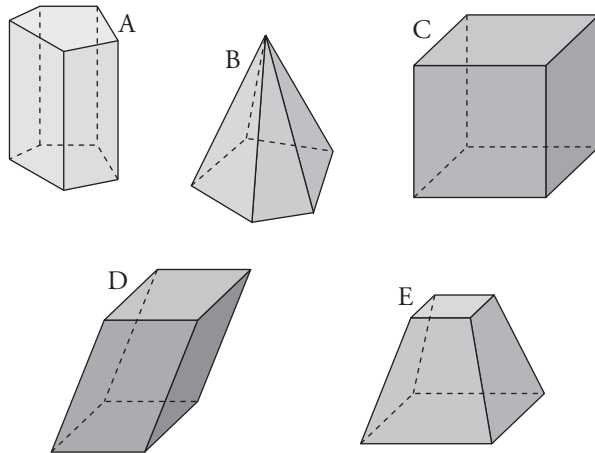
Sabem que cada casquet polar fa  $2 \text{ cm}$  d'alçària i, cada zona temperada,  $10 \text{ cm}$  d'alçària.

Calcula la superfície de cada zona climàtica.



- Àrea de cada casquet polar =  $251,2 \text{ cm}^2$
- Àrea de cada zona temperada =  $1256 \text{ cm}^2$
- Àrea de la zona tòrrida =  $2010 \text{ cm}^2$

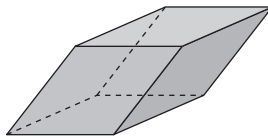
**7.28** ▲▲▲ Digues, justificadament, quin tipus de poliedre és cadascun dels següents:



**Hi ha cap poliedre regular?**

- A → Prisma pentagonal recte. La base és un pentàgon.  
 B → Piràmide pentagonal. La base és un pentàgon.  
 C → Cub. Les cares són quadrades.  
 D → Paral·lelepípede. Les cares són paral·lelograms.  
 E → Tronc de piràmide regular. Les bases són quadrats.  
 Sols el cub és un poliedre regular.

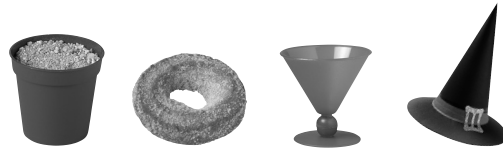
**7.29** ▲▲▲ Aquesta figura està formada per sis rombes idèntics. Tot i que les cares són iguals i en concorren tres en cada vèrtex, no és un poliedre regular. Explica per què.



No és poliedre perquè les cares no són polígons regulars.

**7.30** Quines de les següents figures són cossos de revolució? De quines en coneixes el nom?





Totes són cossos de revolució, excepte el plàtan:

Pot de conserves (cilindre).

Pilota (esfera).

Embut (dos troncs de con).

Ampolla.

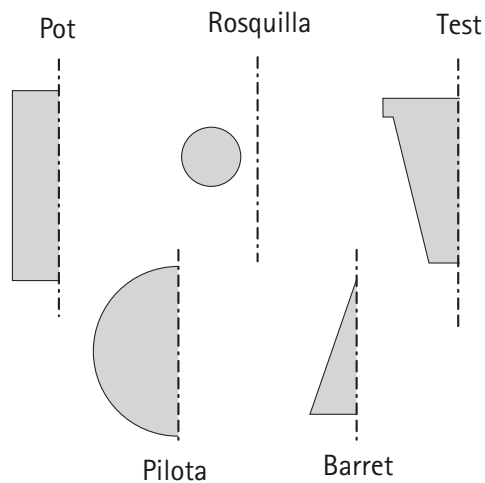
Cossiòl (tronc de con).

Donut (aquest cos de revolució s'anomena torus).

Copa (tronc de con unit a una esfera i aquesta a un cilindre).

Barret (con).

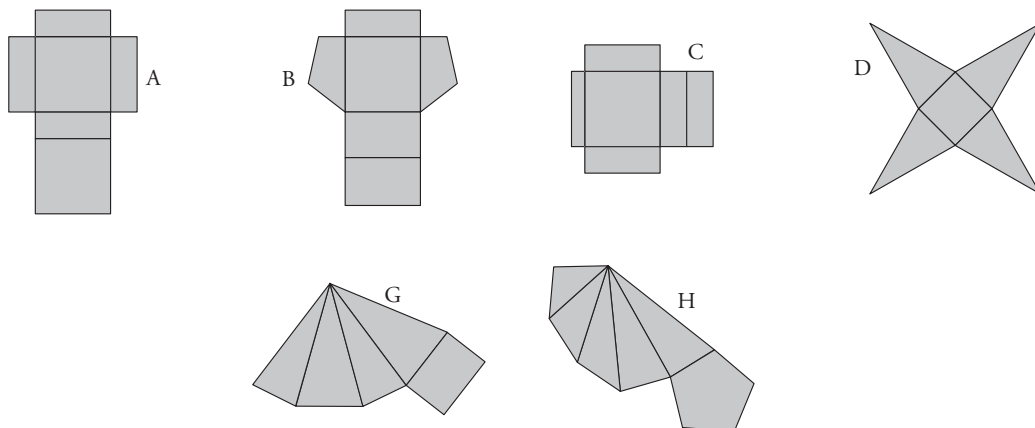
**7.31** ▲▲▲ En girar cadascuna de les figures següents al voltant de l'eix que hi ha indicat, es genera una figura de les de l'exercici anterior. Identifica-les.



**7.32** ▲▲▲ Dibuixa la figura i l'eix al voltant del qual ha de girar per engendrar el llum de peu i el barret de l'exercici 1.

Construcció.

**7.33** Amb quins dels següents desenvolupaments es pot completar un poliedre? Contesta raonadament.



A → És un ortoedre.



B → És un prisma quadrangular.

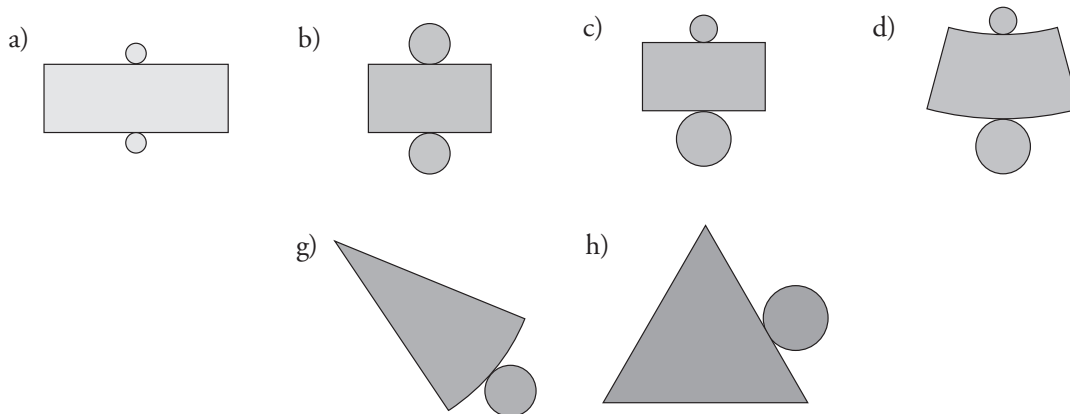
C → No es pot construir un poliedre, ja que l'altura del poliedre no té la mateixa longitud que el costat lateral del rectangle de l'esquerra.

D → És una piràmide quadrangular regular.

E → És una piràmide quadrangular amb base rectangular.

F → Les dues cares laterals extremes són de diferents dimensions i hauran de coincidir. No es pot construir un poliedre.

**7.34** Quins dels desenvolupaments següents corresponen a cossos de revolució? Dibuixa'ls.



a) No; b) Sí; c) No; d) Sí; e) No; f) Sí.

**7.35** Dibuixa el desenvolupament de:

a) Un tetraedre regular de 3 cm d'aresta.

b) Un cub de 3 cm d'aresta.

c) Un octaedre de 2 cm d'aresta.

a) Construcció.

b) Construcció.

c) Construcció.

**7.36** Dibuixa el desenvolupament d'una piràmide hexagonal regular les arestes laterals de la qual mesuren 6 cm i les de la base 4 cm.

Construcció.

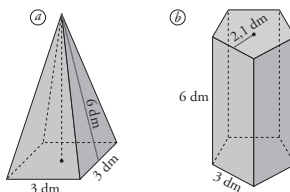
**7.37** El desenvolupament lateral d'un con és un semicercle de radi 12 cm. Troba el radi de la seva base i la seva altura.

Radi de la base = 3,82 cm

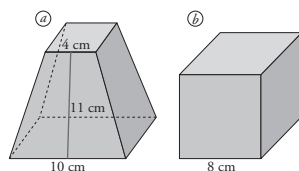
Altura = 11,37 cm

**7.38** Exercici resolt

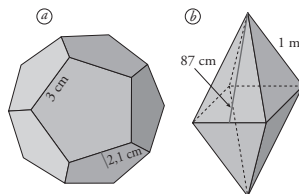
**7.39** Troba l'àrea total dels cossos geomètrics següents:



a)  $A = 45 \text{ dm}^2$ ; b)  $A = 121,5 \text{ dm}^2$

**7.40**

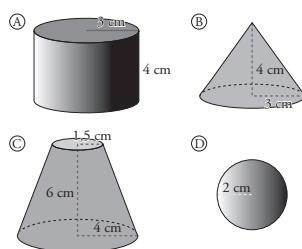
a)  $A = 424 \text{ cm}^2$ ; b)  $A = 384 \text{ cm}^2$

**7.41**

a)  $A = 189 \text{ cm}^2$ ; b)  $A_{\text{total}} = 3,43128 \text{ cm}^2$

**7.42**

Troba la superfície lateral i la superfície total dels cossos geomètrics següents:



a)  $A_{\text{lat}} = 75,4 \text{ cm}^2$ ;  $A_{\text{total}} = 131,9 \text{ cm}^2$   
 b)  $A_{\text{lat}} = 47,1 \text{ cm}^2$ ;  $A_{\text{total}} = 75,4 \text{ cm}^2$   
 c)  $A_{\text{lat}} = 112,3 \text{ cm}^2$ ;  $A_{\text{total}} = 169,6 \text{ cm}^2$   
 d)  $A_{\text{total}} = 50,2 \text{ cm}^2$

**7.43**

Troba la superfície del casquet polar de 2 dm d'altura i d'una zona esfèrica de 4 dm d'altura continguts en una esfera de 10 dm de diàmetre.

Àrea casquet =  $62,8 \text{ dm}^2$

Àrea zona =  $125,6 \text{ dm}^2$

**7.44**

Troba l'àrea total d'una piràmide hexagonal regular amb arestes laterals de 13 cm i arestes de la base de 10 cm.

$A_{\text{total}} = 619,8 \text{ cm}^2$

**7.45**

Troba l'àrea d'un tetraedre regular de 10 cm d'aresta.

$A = 173,2 \text{ cm}^2$

**7.46**

Troba l'àrea total d'un prisma recte de 15 cm d'altura la base del qual són rombes de diagonals 16 cm i 12 cm.

$A_{\text{total}} = 792 \text{ cm}^2$

**7.47**

La base d'una piràmide regular és un quadrat de 6 dm de costat. La seva altura és de 4 dm. Troba la seva àrea total.

$A_{\text{total}} = 96 \text{ dm}^2$

**7.48**

Les bases d'un tronc de piràmide regular són quadrats de 10 cm i 20 cm de costat, respectivament. Les arestes laterals són de 13 cm. Troba la seva àrea total.

$A_{\text{total}} = 1220 \text{ cm}^2$

**7.49** Calcula la superfície del cercle obtingut en seccionar una esfera de 10 cm de radi per un pla que passa a 6 cm del centre.

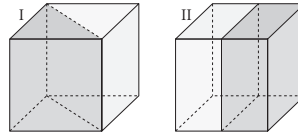
La superfície del cercle és de 201,1 cm<sup>2</sup>.

**7.50** Calcula la superfície total del con la generatriu del qual mesura 15 cm i té una base de 8 cm de radi.

La superfície total és de 578,1 cm<sup>2</sup>.

**7.51** Contesta les preguntes següents:

- Calcula l'àrea total d'un cub d'aresta 4 cm.
- Si el xapem per la meitat com s'indica en I, quina és l'àrea de cada meitat?
- Si el xapem per la meitat com s'indica en II, quina és l'àrea de cada meitat?



- a)  $A = 96 \text{ cm}^2$ ; b)  $A_1 = 70,64 \text{ cm}^2$ ; c)  $A_2 = 64 \text{ cm}^2$

**7.52** Calcula l'àrea total d'un ortoedre de dimensions 3 cm, 4 cm i 12 cm.

Troba la longitud de la seva diagonal.

Àrea = 192 cm<sup>2</sup> i diagonal = 13 cm

**7.53** Troba l'àrea total d'un prisma hexagonal regular l'aresta lateral del qual mesura 4 cm i les arestes de la base, 2 cm.

$A_{\text{total}} = 68,76 \text{ cm}^2$

**7.54** Troba l'àrea total d'una piràmide quadrangular regular les arestes de la qual mesuren: 10 dm les de la base i 13 dm les laterals.

$A_{\text{total}} = 340 \text{ dm}^2$

**7.55** Quina és la superfície lateral d'un prisma recte en el qual tant el perímetre de la base com l'altura és de 12 cm?

$A_{\text{lat}} = 144 \text{ cm}^2$

**7.56** Quin és el preu d'un caixó d'emalatge de mides 0,6 m × 0,5 m × 0,4 m si la fusta costa a raó de 18 E/m<sup>2</sup>?

Preu = 26,64 €

**7.57** Quina és la suma de les longituds de totes les arestes del caixó descrit a l'exercici anterior (0,6 m × 0,5 m × 0,4 m)?

6 m

**7.58** Volem construir amb filferro l'esquelet de tots els poliedres regulars, de manera que cada una de les arestes mesuri 1 dm.

Quina quantitat de filferro utilitzarem en cada un d'aquests?

	Tetraedre	Cub	Octaedre
Nombre d'arestes	6	12	12
Longitud total	6 dm	12 dm	12 dm

	Dodecaedre	Icosaedre
Nombre d'arestes	30	30
Longitud total	30 dm	30 dm

**7.59** Una piràmide regular té per base un pentàgon regular de 2,5 m. L'apotema de la piràmide mesura 4,2 m.

Quina és la seva superfície lateral?

$$A_{\text{lat}} = 26,25 \text{ m}^2$$

**7.60** Una capsa en forma d'ortocedre té 9 dm de llargada i 6 dm d'amplada. La seva superfície total és 228 dm<sup>2</sup>.

Troba la seva altura i la seva diagonal.

$$\text{Altura} = 4 \text{ dm}$$

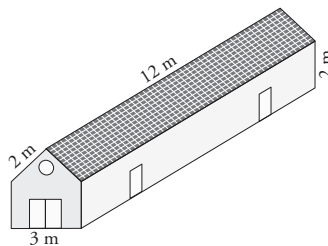
$$\text{Diagonal} = 11,53 \text{ dm}$$

**7.61** L'àrea total d'un cub és 150 dm<sup>2</sup>. Troba la seva diagonal.

$$\text{Diagonal} = 8,66 \text{ dm}$$

**7.62** Esbrina què costa la reparació d'aquesta casa si sabem que cal:

- Pintar les quatre parets per dins i per fora, a 2 €/m<sup>2</sup>.
- Reparar la teulada, a 4,5 €/m<sup>2</sup>.
- Posar el terra, a 22 €/m<sup>2</sup>.



La reparació costa 1263,84 €.

**7.63** Dibuixa el desenvolupament d'un tronc de piràmide quadrada, regular, les arestes de la qual mesurin: les de la base major, 4 cm, les de la base menor, 2 cm, i les laterals, 5 cm.

Troba la seva àrea total. (Les cares laterals són trapezidis. Comprova que la seva altura és 4,9 cm.)

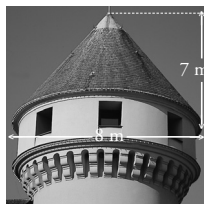
$$\text{Construcció. } A_{\text{total}} = 78,8 \text{ cm}^2$$

**7.64** Exercici resolt.

**7.65** Una barrera es compon de 20 barrots de ferro de 2,5 m d'altura i 1,5 cm de diàmetre. Se'ls ha de donar una mà de pintura a raó de 24 €/m<sup>2</sup>. Quin és el cost?

Com l'àrea lateral d'un barrot és de 0,118 m<sup>2</sup>, el cost serà de 56,55 €.

**7.66** Es vol folrar de pissarra la part cònica d'aquesta torreta. El preu és de 84 E el metre quadrat. Quin és el cost de l'obra?



Cost de l'obra = 8 503 €.

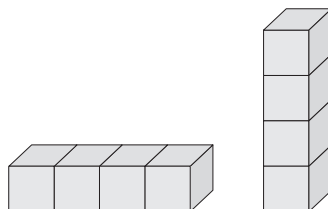
**7.67** Un pintor ha cobrat 1000 € per pintar el lateral d'un dipòsit cilíndric de 4 m d'altura i 4 m de diàmetre. Quant haurà de cobrar per pintar un dipòsit esfèric de 2 m de radi?

Per pintar el dipòsit esfèric també cobrarà 1 000 €.

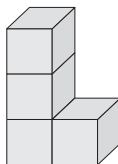
**7.68** La base d'aquesta piràmide regular és un hexàgon de 10 cm de costat. La seva altura és 24 cm. Es talla per un pla que passa a 18 cm de la base. Troba l'àrea total del tronc de piràmide que en resulta.

$$A_{\text{total}} = 993,413 \text{ cm}^2$$

**7.69** Una configuració formada per uns quants cubs units per les cares es denomina *policub*. Un policub de 4 cubs podria denominar-se *tetracub*. Aquests dos tetracubs, per exemple, són el mateix.

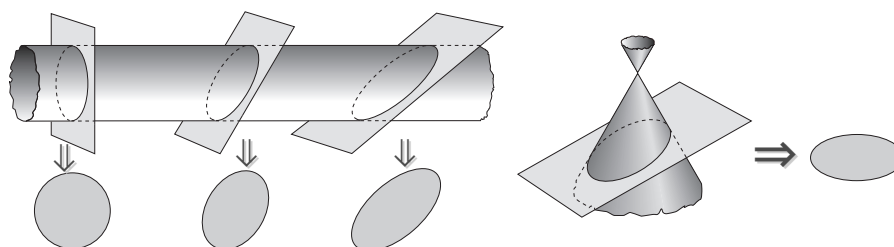


Aquest tetracub és diferent.  
Quants tetracubs diferents hi ha?

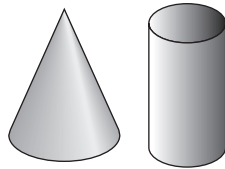


Hi ha 5 tetracubs diferents.

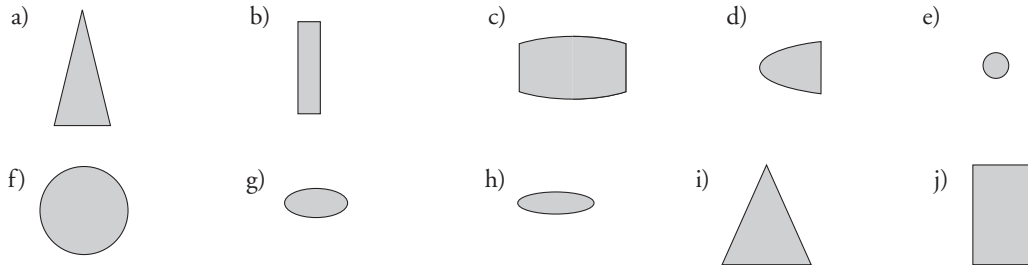
**7.70** En tallar una superfície cilíndrica o una superfície cònica per un pla perpendicular a l'eix, obtenim una circumferència. Si el pla les talla no perpendicularment, obtenim una el·lipse.



Observa aquest con i aquest cilindre.



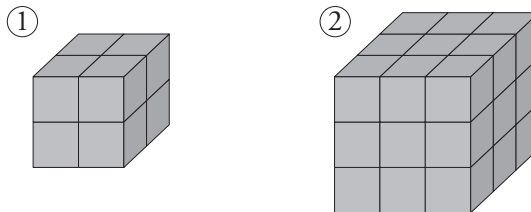
Mitjançant seccions planes d'aquests cossos geomètrics, obtenim les figures següents:



Descobreix de quin cos és cadascuna de les figures i mitjançant quin pla l'aconseguim.

- a) Con. Pla que passa pel vèrtex.
- b) Cilindre. Pla paral·lel a l'eix de gir.
- c) Cilindre. Pla oblic a l'eix de gir.
- d) Con. Pla paral·lel a l'eix de gir que no passa pel vèrtex.
- e) Con. Pla perpendicular a l'eix de gir que no passa pel vèrtex.
- f) Con. Pla perpendicular a l'eix de gir que passa per la base.
- g) Con. Pla oblic a l'eix de gir que no passa pel vèrtex.
- h) Con. Pla oblic a l'eix de gir que no passa pel vèrtex, més inclinat que l'anterior.
- i) Con. Pla que conté l'eix de gir.
- j) Cilindre. Pla que conté l'eix de gir.

**7.71**



- a) Dels 8 cubets que hi ha apilats en ①, quants no es veuen des d'aquesta posició?  
Només un cubet no es veu.
- b) Quants no es veuen en ②?  
Se'n veuen 19. No se'n veuen 8.
- c) Quants no es veuen en un cub format per  $4 \times 4 \times 4$  situat de la mateixa forma?  
No es veuen 27 cubets.
- d) Quants no es veuen en un gran cub de  $10 \times 10 \times 10$  mirat des d'un cantó?  
No es veuen  $9 \times 9 \times 9 = 729$  cubets.