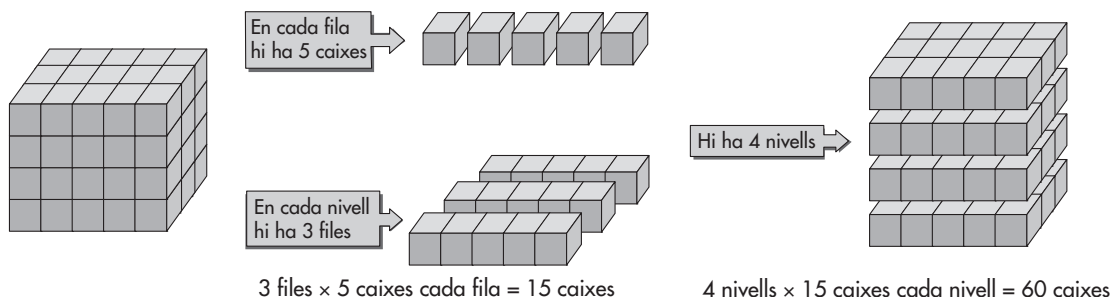


Unitat didàctica 8. Volum dels cossos geomètrics

Reflexiona

La grua ha de carregar al vaixell les piles de caixes que hi ha al moll.

Per comptar el nombre de caixes que hi ha a la pila següent actuem així:



Així, el nombre total de caixes és $3 \times 5 \times 4 = 60$.

■ Actuant de forma anàloga, compta el nombre de caixes que hi ha en cadascuna de les piles que veiem al moll.

D'esquerra a dreta i cap al fons:

$$10 \cdot 8 \cdot 8 = 640$$

$$10 \cdot 3 \cdot 8 = 240$$

$$4 \cdot 2 \cdot 5 + 7 \cdot 3 \cdot 5 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 169$$

$$10 \cdot 8 \cdot 8 = 640$$

$$6 \cdot 2 \cdot 5 + 4 \cdot 5 \cdot 5 = 160$$

Et convé recordar

■ Passa a centímetres cúbics:

a) $2 \text{ m}^3 = 2\,000\,000 \text{ cm}^3$

b) $3 \text{ dm}^3 = 3\,000 \text{ cm}^3$

c) $7,5 \text{ m}^3 = 7\,500\,000 \text{ cm}^3$

d) $4,2 \text{ dm}^3 = 4\,200 \text{ cm}^3$

e) $3 \text{ m}^3 2 \text{ dm}^3 = 3\,200\,000 \text{ cm}^3$

f) $1 \text{ m}^3 0,2 \text{ dm}^3 = 1\,200\,000 \text{ cm}^3$

■ Expressa en litres:

a) $4 \text{ dm}^3 = 4 \text{ l}$

b) $2 \text{ m}^3 = 2\,000 \text{ dm}^3 = 2\,000 \text{ l}$

c) $2,5 \text{ m}^3 = 2\,500 \text{ dm}^3 = 2\,500 \text{ l}$

d) $500 \text{ cm}^3 = 0,5 \text{ dm}^3 = 0,5 \text{ l}$

■ Quants quilos pesa l'aigua que cap en una bassa de $17,84 \text{ m}^3$?

$$17,84 \text{ tones} = 17\,840 \text{ quilos}$$

Unitats de volum

8.1 Expressa en dm^3 :

a) $3 \text{ hm}^3 253 \text{ dam}^3 124 \text{ m}^3 450 \text{ dm}^3 = 3\,253\,124\,450 \text{ dm}^3$

b) $526\,890 \text{ cm}^3 = 526,890 \text{ dm}^3$

c) $(580 \text{ cm}^3 800 \text{ mm}^3) \cdot 20\,000 = (0,580800 \text{ dm}^3) \cdot 20\,000 = 11\,616 \text{ dm}^3$

d) $2 \text{ km}^3 150 \text{ dam}^3 25 \text{ dm}^3 780 \text{ mm}^3 = 2\,000\,150\,000\,025,00070 \text{ dm}^3$

8.2 Expressa en unitats diferents (passa a forma complexa):

a) $324526943,86 \text{ dm}^3 = 324 \text{ dam}^3 526 \text{ m}^3 943 \text{ dm}^3 860 \text{ cm}^3$

b) $(394540 \text{ cm}^3) \cdot 400\,000 = 157\,816\,000\,000 \text{ cm}^3 = 157 \text{ dam}^3 816 \text{ m}^3$

c) $0,0000864 \text{ hm}^3 = 86 \text{ m}^3 400 \text{ dm}^3$

8.3 Afegeix-hi la unitat en la qual expressem cadascun dels volums següents:

- a) Capacitat d'un tassó: $1/4$ l o bé 250 cm^3
- b) Una culleradeta: 6 ml
- c) Consum bimensual d'aigua en una casa: $63,834 \text{ m}^3$
- d) Aigua en un pantà: 680 hm^3

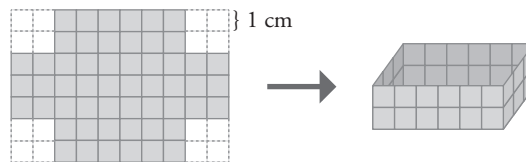
8.4 Expressa en litres:

- a) $36 \text{ dam}^3 + 43 \text{ m}^3 + 114 \text{ dm}^3 + 500 \text{ cm}^3 = 36\,043\,114,5 \text{ dm}^3 = 36\,043\,114,5 \text{ l}$
- b) $3860000 \text{ mm}^3 = 3,86 \text{ dm}^3 = 3,86 \text{ l}$
- c) $0,0089 \text{ hl} = 0,89 \text{ hl}$

8.5 Expressa en unitats de volum (forma complexa):

- a) $(386500 \text{ dl}) \cdot 40 = 15\,460\,000 \text{ dl} = 15\,460\,000 \text{ l} = 15\,460\,000 \text{ dm}^3 = 1 \text{ dam}^3 + 546 \text{ m}^3$
- b) $(596800 \text{ kl}) \cdot 0,4 = 238\,720 \text{ kl} = 238\,720 \text{ m}^3 = 238 \text{ dam}^3 + 720 \text{ m}^3$

8.6 Amb una cartolina com la que apareix aquí podem construir una caixa tallant un quadrat en cada cantó. Per exemple:



Calcula el volum d'aquesta caixa i els de les caixes que obtenim si suprimim dels cantons quadrats d' 1×1 i de 3×3 .

• Volum de la caixa suprimint 2×2 quadradets:

$$V = 6 \cdot 2 \cdot 3 = 36 \text{ cm}^3$$

• Suprimint 1×1 quadradets:

$$V = 8 \cdot 1 \cdot 5 \text{ cm}^3 = 40 \text{ cm}^3$$

• Suprimint 3×3 quadradets:

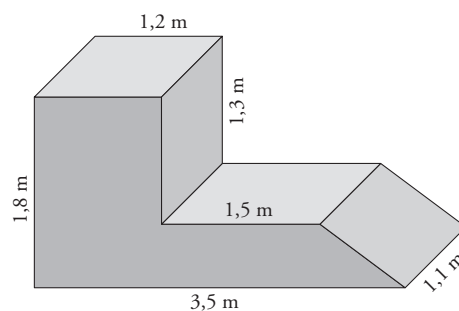
$$V = 4 \cdot 3 \cdot 1 = 12 \text{ cm}^3$$

8.7 Contesta aquesta pregunta abans de fer cap càlcul: Quantes vegades creus que podries dutxar-te amb l'aigua que cap a l'aula?

Ara fes els càlculs per a una aula de 6 m d'amplària, 10 de llargària i 2,5 d'alçària, a raó de 100 l d'aigua per a cada dutxa.

- Activitat de resposta oberta.
- 1500 dutxes

8.8 Aplicant la fórmula per a calcular el volum d'un ortoedre, descobreix el volum d'aquest objecte:

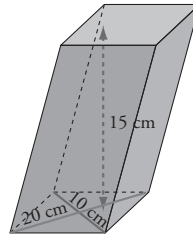


$$V = 3,421 \text{ m}^3$$

8.9 La suma de totes les arestes d'un cub és de 60 cm. Calcula'n el volum.

$$V = 125 \text{ cm}^3$$

8.10 La base d'un paral·lelepípede és un rombe de diagonals 10 cm i 20 cm. L'altura és de 15 cm. Calcula'n el volum.



$$V = 1500 \text{ cm}^3$$

8.11 Amb sis rombes iguals podem construir un paral·lelepípede així:

a) Dibuixa una cara. Mesura la distància entre els costats oposats i comprova que és de 5,2 cm. Calcula l'àrea d'aquesta cara i l'àrea total del paral·lelepípede.

Construcció.

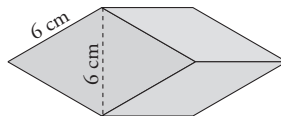
$$A_{\text{CARA}} = 31,2 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{TOTAL}} = 187,2 \text{ cm}^2$$

b) La distància entre dues cares oposades del paral·lelepípede és de 4,9 cm. Calcula'n el volum.

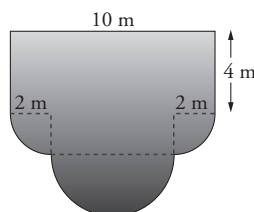
$$V = 152,88 \text{ cm}^3$$

c) Construeix-lo.



Construcció.

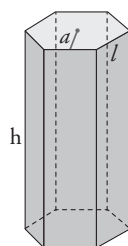
8.12 Calcula el volum d'una habitació de 2,8 m d'alçària, la planta de la qual té la forma i les dimensions següents:



$$V = 202,748 \text{ m}^3$$

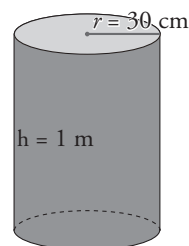
8.13 Calcula el volum dels cossos geomètrics següents:

a)



$$\begin{aligned} a &= 26 \text{ cm} \\ l &= 30 \text{ cm} \\ h &= 1 \text{ m} \end{aligned}$$

b)



$$h = 1 \text{ m}$$

- a) $V = 234 \text{ dm}^3$
 b) $V = 282,6 \text{ dm}^3$

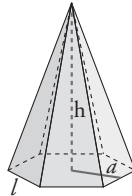
8.14 Recordem la descripció que fèiem de la gran piràmide de Khèops en la unitat 10. És una piràmide quadrangular regular. El costat de la base fa 240 m i l'altura, 160 m. Calcula quants hectòmetres cúbics té aquesta piràmide de volum.

$V = 3,072 \text{ hm}^3$

8.15 Calcula el volum d'aquesta piràmide hexagonal regular:

Base $\left\{ \begin{array}{l} \text{costat} = 30 \text{ cm} \\ \text{apotema} = 26 \text{ cm} \end{array} \right.$

Altura = 80 cm



$V = 62,4 \text{ dm}^3$

8.16 Calcula el volum d'aquest colador (no tinguis en compte el mànec i considera que és un con).

Radi de la base: 10 cm

Altura: 14 cm



$V = 1465,3 \text{ cm}^3$

8.17 Calcula el volum d'aquest motlle de flams, si sabem que els radis de les bases fan 10 cm i 15 cm i l'altura, 12 cm.



$V = 5966 \text{ cm}^3$

8.18 Tenim una caixa cúbica de 40 cm de costat, les tres quartes parts de la qual són plenes de boletes de suro blanc. Volem ocultar-hi a l'interior una pilota de 32 cm de diàmetre. Quin volum de suro sobra?



Sobren $1148,6 \text{ cm}^3$ de suro.

8.19 Un pot cilíndric de 5 cm de radi i 30 cm d'altura conté 3 pilotes de tennis ben encaixades. Calcula el volum d'aire que hi ha a l'interior.



Volum d'aire que queda a l'interior: 785 cm^3 .

Unitats de volum

8.20 ▲▲▲ Transforma en metres cúbics:

- a) $450 \text{ dam}^3 = 450\,000 \text{ m}^3$ b) $0,084 \text{ hm}^3 = 84\,000 \text{ m}^3$
c) $0,11 \text{ km}^3 = 110\,000\,000 \text{ m}^3$ d) $35\,840 \text{ dm}^3 = 35,84 \text{ m}^3$
e) $500 \text{ hl} = 50 \text{ m}^3$ f) $30\,000 \text{ l} = 30 \text{ m}^3$

8.21 ▲▲▲ Transforma en litres:

- a) $11 \text{ dam}^3 = 11\,350\,000 \text{ l}$ b) $0,87 \text{ hl} = 87 \text{ l}$
c) $0,000094 \text{ hm}^3 = 94\,000 \text{ l}$ d) $300\,000 \text{ mm}^3 = 0,3 \text{ l}$

8.22 ▲▲▲ Completa les igualtats següents:

- a) $0,0013 \text{ hm}^3 = 1\,300\,000 \text{ dm}^3$
b) $0,11 \text{ dam}^3 = 110\,000\,000 \text{ cm}^3$
c) $3 \text{ dam}^3 = 11 \text{ m}^3 = 743 \text{ dm}^3 = 3\,011,743 \text{ m}^3$
d) $3 \text{ dam}^3 = 11 \text{ m}^3 = 743 \text{ dm}^3 = 3\,011,743 \text{ l}$

8.23 ▲▲▲ Expressa com a suma d'unitats de volum (forma complexa):

- a) $75\,427\,038 \text{ m}^3 = 75 \text{ hm}^3 + 427 \text{ dam}^3 + 38 \text{ m}^3$ b) $32,14962 \text{ dm}^3 = 32 \text{ dm}^3 + 149 \text{ cm}^3 + 620 \text{ mm}^3$
c) $0,0000084 \text{ km}^3 = 8 \text{ dam}^3 + 400 \text{ m}^3$ d) $832\,000 \text{ dam}^3 = 832 \text{ hm}^3$

8.24 ▲▲▲ Exercici resolt.

8.25 ▲▲▲ Quantes ampolles de $\frac{3}{4} \text{ l}$ podem omplir amb $0,4 \text{ dam}^3$?

Es poden omplir unes 533 333 botelles.

8.26 ▲▲▲ Un pantà té una capacitat de $0,19 \text{ km}^3$. Si ara es troba al 28% de la capacitat, quants de litres d'aigua conté?

Conté $53\,200\,000\,000 \text{ l}$.

8.27 ▲▲▲ La conca fluvial, les aigües de la qual arriben a un pantà, és de 62 km^2 . Durant les últimes pluges hi han caigut 27 l per metre quadrat. De l'aigua caiguda, se'n recull al pantà un 43%. Quants de metres cúbics d'aigua s'han recollit al pantà com a conseqüència de les pluges? S'han arreplegat $719\,820 \text{ m}^3$.

8.28 ▲▲▲ Quina és la massa de $0,0843 \text{ dam}^3$ d'aigua?

La massa és de $84\,300 \text{ kg}$.

8.29 ▲▲▲ Un dipòsit buit pesa 27 kg i ple d'oli, $625,5 \text{ kg}$. Quin volum d'oli conté? La densitat d'aquest oli és $0,95 \text{ kg/dm}^3$.

Conté 630 l d'oli.

8.30 ▲▲▲ Fes les operacions següents i expressa'n el resultat en hectolitres:

- a) $0,46 \text{ dam}^3 + 47 \text{ m}^3 + 5\,833 \text{ m}^3 = 63\,400 \text{ hl}$
b) $0,00084 \text{ km}^3 + 0,31 \text{ hm}^3 + 33 \text{ dam}^3 = 11\,830\,000 \text{ hl}$
c) $0,413 \text{ dam}^3 - 315 \text{ m}^3 - 800 \text{ dm}^3 = 972 \text{ hl}$
d) $2\,300 \text{ m}^3 : 25 = 920 \text{ hl}$

8.31 ▲▲▲ Completa aquestes igualtats:

- a) $1 \text{ hm}^3 = 10\,000\,000 \text{ hl}$
b) $1 \text{ dam}^3 = 100\,000 \text{ dal}$
c) $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ l}$
d) $1 \text{ dm}^3 = 10 \text{ dl}$
e) $1 \text{ cm}^3 = 0,1 \text{ cl}$
f) $1 \text{ mm}^3 = 0,01 \text{ ml}$

8.32 ▲▲▲ Estimació de volums "a ull".

Per a cadascun dels recipients que hi ha a continuació donam tres volums. Només un és raonable. Digues, en cada cas, quin és:

a) Volum d'un pantà:

11 hm^3 ; $387\,000 \text{ l}$; $4\,000\,000\,000 \text{ cm}^3 \rightarrow 11 \text{ hm}^3$

b) Un depòsit d'aigua en un habitatge:

2 dam^3 ; $0,8 \text{ m}^3$; $45\,000 \text{ l} \rightarrow 0,8 \text{ m}^3$

c) Un tassó normal:

2 dm^3 ; $0,2 \text{ dm}^3$; $0,02 \text{ dm}^3 \rightarrow 0,2 \text{ dm}^3$

d) Una cullera de cafè:

8 dl ; 8 cm^3 ; $8 \text{ mm}^3 \rightarrow 8 \text{ cm}^3$

e) Una habitació:

1 dam^3 ; 300 l ; $30 \text{ m}^3 \rightarrow 30 \text{ m}^3$

f) El calaix d'una taula:

$0,3 \text{ m}^3$; 30 dm^3 ; $3\,000 \text{ cm}^3 \rightarrow 30 \text{ dm}^3$

Càlcul de volums

8.33 ▲▲▲ Calcula el volum d'un ortoedre les dimensions del qual són $3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 11 \text{ cm}$.

$V = 165 \text{ cm}^3$

8.34 ▲▲▲ Quin és el volum d'un cub de 12 cm d'aresta?

$V = 1\,728 \text{ cm}^3$

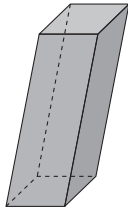
8.35 ▲▲▲ La base d'un prisma recte és un triangle rectangle els catets del qual fan $11,3 \text{ cm}$ i $6,8 \text{ cm}$. L'altura del prisma és de 2 dm . Calcula'n el volum.

$V = 768,4 \text{ cm}^3$

8.36 ▲▲▲ Un paral·lelepípede té unes bases en forma de rombe, les diagonals de les quals fan 7 dm i 4 dm .

L'altura del paral·lelepípede és d' $1,2 \text{ m}$.

Calcula'n el volum.



$$V = 168 \text{ dm}^3$$

8.37 ▲▲▲ Calcula el volum d'un cilindre de 10 dm de radi de la base i 20 dm d'altura.

$$V = 6280 \text{ dm}^3$$

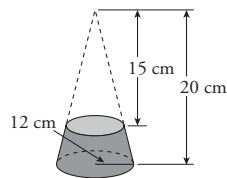
8.38 ▲▲▲ Calcula el volum d'una esfera de 25 cm de radi.

$$V = 65416,67 \text{ cm}^3$$

8.39 ▲▲▲ Calcula el volum d'un con de 6 dm de radi de la base i 15 cm d'altura.

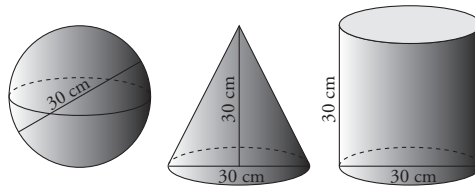
$$V = 56520 \text{ cm}^3$$

8.40 ▲▲▲ Calcula el volum del tronc de con següent:



$$V = 1742,7 \text{ cm}^3$$

8.41 ▲▲▲ Comprova que el volum del cilindre és igual a la suma dels volums de l'esfera i del con:

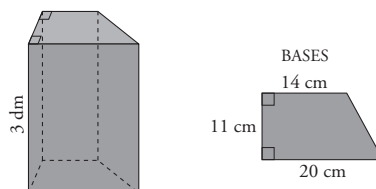


$$V_{\text{esfera}} = 14130 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{con}} = 7065 \text{ cm}^3$$

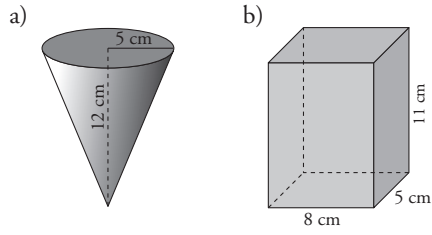
$$V_{\text{cilindre}} = 21195 \text{ cm}^3$$

8.42 ▲▲▲ Calcula el volum de les figures següents:



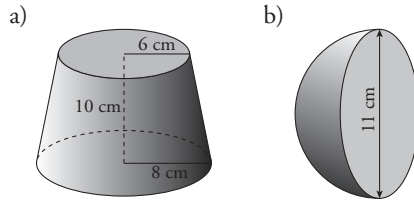
$$V = 5610 \text{ cm}^3$$

8.43 ▲▲▲



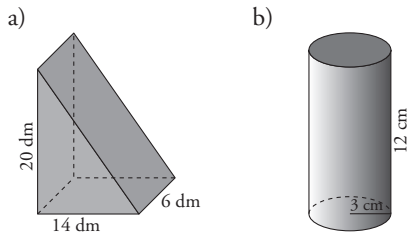
- a) $V = 314 \text{ cm}^3$
- b) $V = 440 \text{ cm}^3$

8.44 ▲▲▲



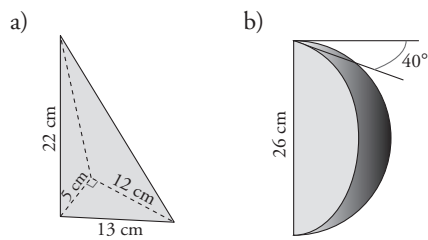
- a) $V = 1549,07 \text{ cm}^3$
- b) $V = 348,28 \text{ cm}^3$

8.45 ▲▲▲



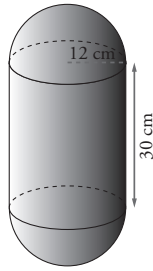
- a) $V = 840 \text{ dm}^3$
- b) $V = 339,12 \text{ cm}^3$

8.46 ▲▲▲



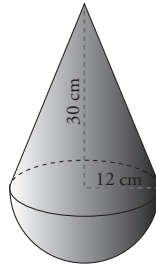
- a) $V = 220 \text{ cm}^3$
- b) $V = 1022,01 \text{ cm}^3$

8.47 ▲▲▲△ D'acord amb les mesures indicades, calcula el volum de les figures següents:



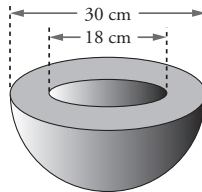
$$V = 20799,36 \text{ cm}^3$$

8.48 ▲▲▲△



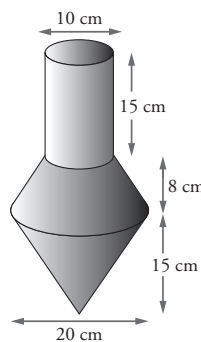
$$V = 8138,88 \text{ cm}^3$$

8.49 ▲▲▲▲



$$V = 5538,96 \text{ cm}^3$$

8.50 ▲▲▲▲



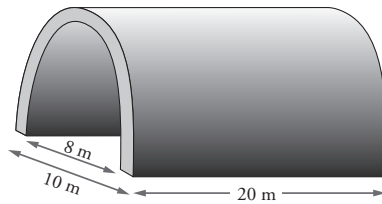
$$V = 4212,8 \text{ cm}^3$$

Problemes

8.51 ▲▲▲△ Calcula el volum d'una habitació que fa 6 m × 3,8 m × 2,6 m. Quantes vegades pots dutxar-te amb l'aigua que cap a l'habitació suposant que gastes 120 l d'aigua en cada dutxa? Podries dutxar-te 494 vegades.

8.52 ▲▲▲ Un dipòsit de base rectangular de 6,4 m × 3,8 m té una profunditat de 4,8 m i és ple fins als 3/4 del volum. En traiem 340 hectolitres. A quina alçària arriba l'aigua? L'aigua arribarà a una altura de 2,202 m.

8.53 ▲▲▲ Calcula el volum de formigó que hem necessitat per a construir aquest túnel:



$$V = 282,6 \text{ m}^3$$

8.54 ▲▲▲ Per mesurar el volum d'una pedra petita actuem de la manera següent: en un recipient cilíndric hi posem aigua fins a la meitat, aproximadament. Hi submergim la pedra i el nivell puja 22 mm. Quin és el volum de la pedra?

DADES DEL RECIPIENT

Diàmetre exterior: 9 cm

Diàmetre interior: 8,4 cm

Altura: 15 cm

(Només les dades necessàries.)

$$V_{\text{pedra}} = 121,86 \text{ cm}^3$$



8.55 ▲▲▲ Amb una barra cilíndrica d'or de 15 cm de llargària i 5 mm de diàmetre fabricam un fil d'1/4 mm de diàmetre. Quina és la longitud del fil?

$$l = 60 \text{ m}$$

8.56 ▲▲▲ Un soterrani que té una superfície de 208 m² s'ha inundat. L'aigua arriba a 1,65 m d'altura. N'extraiem l'aigua amb una bomba que treu 6 hl per minut. Quant de temps tarda a buidar-lo?

La bomba tardarà a buidar el soterrani 9 h 32 min.

8.57 ▲▲▲ Volem construir una paret de 7,5 m × 5,6 m i un gruix de 30 cm. Quants de totxos de 15 cm × 10 cm × 6 cm calen si el ciment ocupa un 15% del volum?

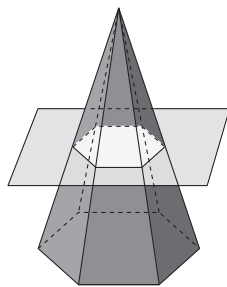
Nombre de totxos necessaris: 11 900.

8.58 ▲▲▲ Una columna de basalt té forma de prisma hexagonal regular. El costat de la base fa 15 cm. L'alçària de la columna és de 2,95 m. Calcula'n el pes sabent que 1 m³ de basalt pesa 2 845 kg. La columna pesa 491 kg.

8.59 ▲▲▲ La base d'una piràmide regular és un hexàgon de 15 cm de costat. L'altura és de 30 cm. Calcula'n el volum.

Partim aquesta piràmide per un pla paral·lel a la base que talla l'altura en la meitat.

Calcula el volum de cadascuna de les dues parts resultants.



$$V_{\text{piràmide xicoteta}} = 731,25 \text{ cm}^3.$$

$$V_{\text{tronc de con}} = 5118,75 \text{ cm}^3$$

8.60 ▲▲▲ Per mesurar el volum d'una pedra més gran que la de l'exercici 35, depositem el mateix recipient ple d'aigua dins una gran font cilíndrica buida. Ficam la pedra dins el recipient i l'aigua vessada puja 2,3 cm.

Calcula el volum d'aquesta altra pedra si sabem que el diàmetre interior de la font és de 24 cm.



El volum de la pedra és de 893,78 cm³.

8.61 En Lluís, en Pere i en Carles volen regar els seus camps amb l'aigua del depòsit gran (els altres dos són buits). Han acordat que en Lluís se n'endurà el 50%; en Pere, el 25%, i en Carles, la resta.

Naturalment, tenen bombes per transvasar aigua, però no disposen de mesures. Només saben la capacitat dels tres depòsits. Com ho faran?

En el moment que sàpiguen la quantitat que correspon a algun d'ells, la poden abocar al seu camp.

En Lluís se n'endurà el 50% → 40 000 l.

En Pere se n'endurà el 25% → 20 000 l.

En Carles se n'endurà el 25% → 20 000 l.

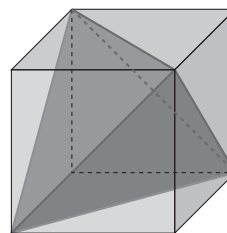
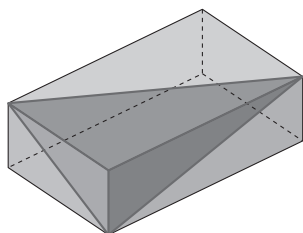
Anomenam A el depòsit de 30 000 l, B el de 50 000 l i C el de 80 000 l.

Es transvasen 50 000 l del depòsit C al B i, tot seguit, 30 000 l del B al A. Així, tindran 20 000 l en B, amb els quals pot regar, per exemple, en Pere.

Ara tenen 30 000 l en C i 30 000 l en A. Es passen els 30 000 l de A a B i 20 000 l de C a B. Ara en A no hi ha res, en B hi ha 50 000 l i en C hi ha 10 000 l. Es passen 30 000 l de B a A, amb la qual cosa tornen a tenir 20 000 l en B, els que corresponen a en Carles.

En Lluís ja té els seus 40 000 l, els 30 000 de A i els 10 000 de C.

8.62 Quina porció de la caixa ocupa cadascun dels tetraedres següents?



- Caixa de l'esquerra:

El tetràedre d'arestes vermelles ocupa $\frac{1}{6}$ de la caixa.

- Caixa de la dreta:

El tetràedre d'arestes vermelles s'obté llevant al cub quatre cantons, un per cara.

Cada cantó suprimit és un altre tetràedre el volum del qual és $\frac{1}{6}$ del cub. El que hi queda és:

$$1 - 4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ de cub}$$

Jocs per pensar

Trencaclosques

Es forma un ortòedre de base 4×8 cubets i 3 cubets d'altura.

Mitja copa

Considerem una copa de cava com un con d'altura h i radi de la base r .

$$V_{\text{mitja copa}} = \frac{1}{8} V_{\text{copa}}$$

Espàrracs

- Volum amb una corda de longitud L (altura h):

$$\frac{1}{4} \frac{L^2 h}{\pi}$$

- Volum amb una corda de longitud $2L$ (altura h):

$$\frac{L^2 h}{\pi}$$

El volum es quadruplica amb una corda de longitud doble.

Suma de volums

$$V_{\text{CON}} = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot R = \frac{1}{3} \pi R^3 = \frac{1}{3} V_{\text{CILINDRE}}$$

$$V_{\text{SEMIESFERA}} = \frac{4}{6} \pi \cdot R^3 = \frac{2}{3} \pi R^3 = \frac{2}{3} V_{\text{CILINDRE}}$$

$$V_{\text{CON}} + V_{\text{SEMIESFERA}} = V_{\text{CILINDRE}}$$