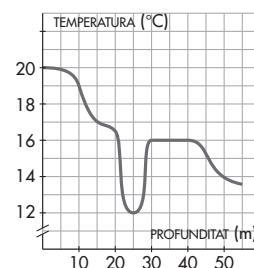
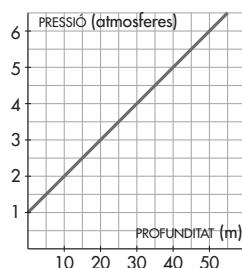


Unitat didàctica 9. Funcions

Reflexiona

Els bussejadors han mesurat la pressió i la temperatura a diferents profunditats. Els resultats, ens els donen gràficament:



- La pressió, la mesurem en atmosferes. Quina era la pressió a 10 m, 20 m, 30 m, 40 m i 50 m? Podem dir que com més profunditat, més pressió?

Profunditat (m)	10	20	30	40	50
Pressió (atmosferes)	2	3	4	5	6

Sí que podem dir que, a més profunditat, més pressió.

- Quina temperatura tenia l'aigua a 10 m, a 20 m i a 40 m?

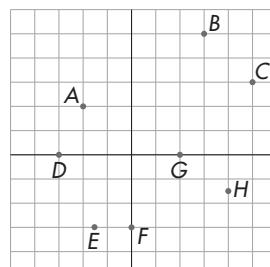
Profunditat (m)	10	20	40
Temperatura (°C)	19	16,5	16

- En un moment determinat de la immersió han creuat un corrent d'aigua freda. A quina profunditat ha passat això? Quina temperatura tenia l'aigua?

Travessaren un corrent d'aigua freda entre els 20 m i els 30 m de profunditat. La temperatura de l'aigua baixà fins als 12 °C.

Et convé recordar

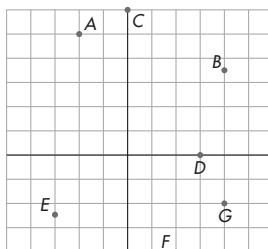
- Assigna coordenades a aquests punts:



$$\begin{array}{ll} A (-2, 2) & B (3, 5) \\ E (-1,5; -3) & F (0, -3) \end{array} \quad \begin{array}{ll} C (5, 3) & D (-3, 0) \\ G (2, 0) & H (4; -1,5) \end{array}$$

■ Representa els punts següents:

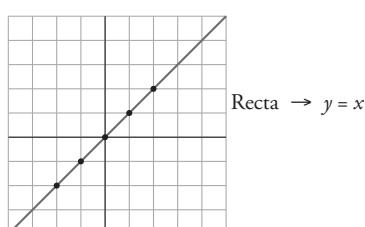
$A(-2, 5)$, $B(4; 3,5)$, $C(0, 6)$, $D(3, 0)$, $E(-3; -2,5)$, $F(2, -4)$, $G(4, -2)$



■ a) Representa quatre punts l'abscissa dels quals sigui igual a l'ordenada.

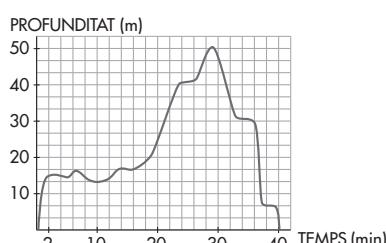
b) Representa la recta en la qual hi ha situats tots els punts l'abscissa dels quals és igual a l'ordenada.

c) Et sembla raonable designar la recta anterior amb l'expressió $y = x$?



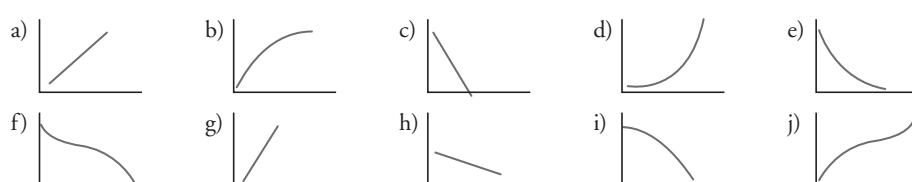
■ La mateixa sessió de busseig de la pàgina anterior, la descrivim mitjançant aquest gràfic donant la profunditat d'acord amb el temps. Fes-ne una descripció verbal:

Hem baixat ràpidament a 15 m. Hem estat uns 15 min aproximadament a aquesta profunditat. Després... Continua tu.



...hem baixat fins als 40 m en 8 min. Hem estat 2 min. en aquesta profunditat i hem baixat als 50 m, i a partir d'aquí hem pujat fins als 30 m en 4 min. Hi hem estat 4 min més. Després hem ascendit ràpidament fins als 5 m, on hem fet una descompressió de 3 min. Hem pujat a la superfície.

9.1 Hi ha moltes formes de créixer i de decreixir. Observa les funcions següents. Quines són creixents? Quines són decreixents? (Totes són una cosa o l' altra.)



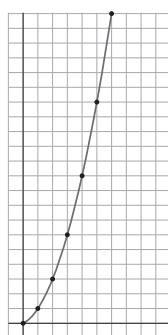
Són creixents \rightarrow a), b), d), g), j)

Són decreixents \rightarrow c), e), f), h), i)

9.2 Representa la funció donada pels punts de la taula següent:

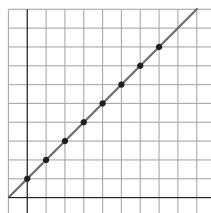
x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	1	3	6	10	15	21

Comprova que l'equació és $y = \frac{x^2 + x}{2}$.



9.3 Representa la funció donada pels punts:

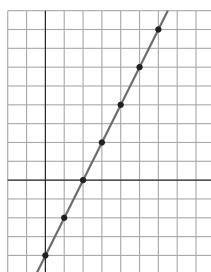
x	0	1	2	3	4	5	6
y	1	2	3	4	5	6	7



Quina és l'equació d'aquesta funció?

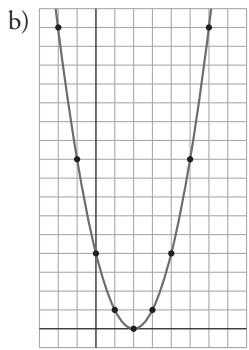
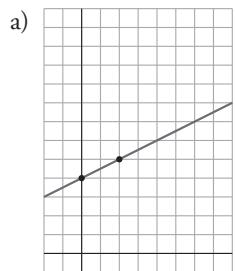
L'equació d'aquesta funció és $y = x + 1$

9.4 Calcula alguns punts de la funció l'equació de la qual és $y = 2x - 4$ i representa-la.



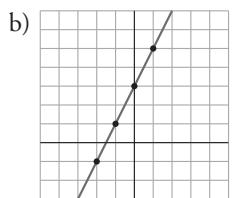
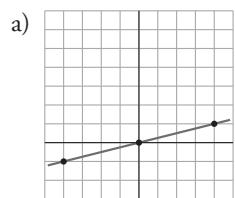
9.5 Calcula valors per a representar aquestes funcions:

a) $y = \frac{x}{2} + 4$ b) $y = (x - 2)^2$



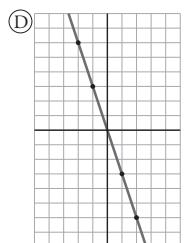
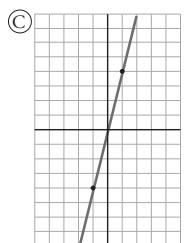
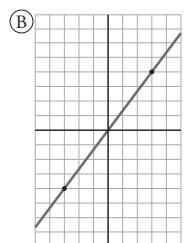
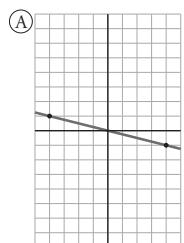
9.6 Representa gràficament:

a) $y = \frac{x}{4}$ b) $y = 2x + 3$



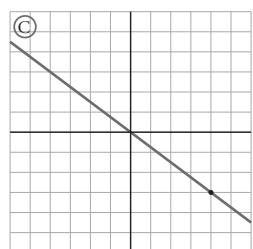
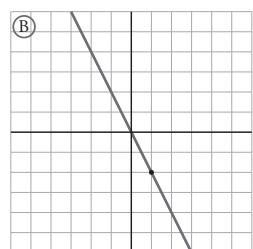
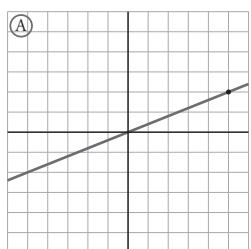
9.7 Associa a cadascun dels gràfics següents l'equació que li correspongui:

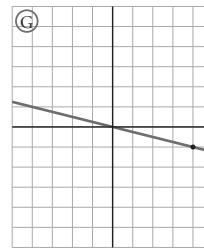
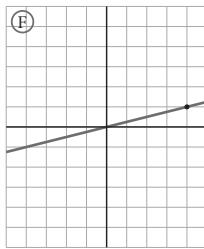
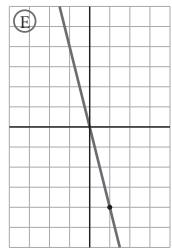
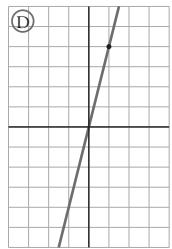
a) $y = 4x$ b) $y = \frac{4}{3}x$ c) $y = -\frac{1}{4}x$ d) $y = -3x$



a) → C; b) → B; c) → A; d) → D

9.8 Escriu l'equació de cadascuna de les rectes següents:





$$A \rightarrow y = \frac{2}{5}x$$

$$B \rightarrow y = -2x$$

$$C \rightarrow y = -\frac{3}{4}x$$

$$D \rightarrow y = 4x$$

$$E \rightarrow y = -4x$$

$$F \rightarrow y = \frac{1}{4}x$$

$$G \rightarrow y = -\frac{1}{4}x$$

9.9 Representa les funcions lineals següents, a partir dels pendents:

$$a) y = x$$

$$b) y = 2x$$

$$c) y = 3x$$

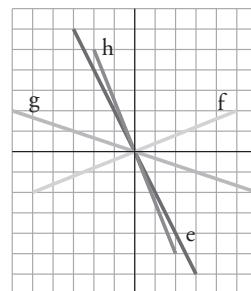
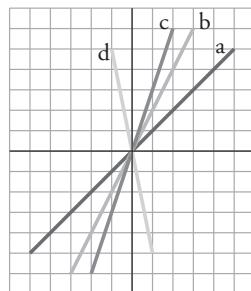
$$d) y = -5x$$

$$e) y = -2x$$

$$f) y = \frac{2}{5}x$$

$$g) y = -\frac{1}{3}x$$

$$h) y = -\frac{2}{5}x$$



9.10 Representa les funcions següents:

$$a) y = -2x + 5$$

$$b) y = x - 3$$

$$c) y = \frac{2}{3}x - 4$$

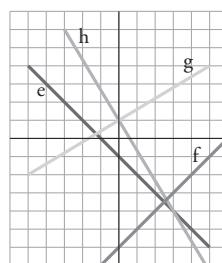
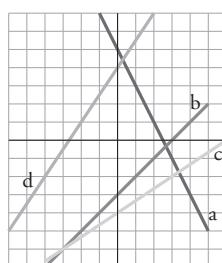
$$d) y = \frac{3}{2}x + 4$$

$$e) y = -x - 1$$

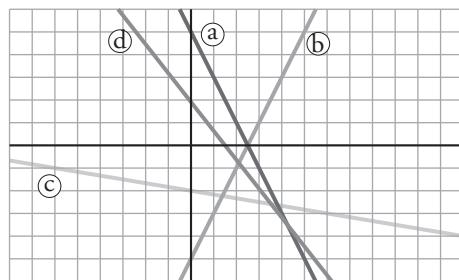
$$f) y = x - 6$$

$$g) y = \frac{3}{5}x + 1$$

$$h) y = -\frac{5}{3}x + 1$$



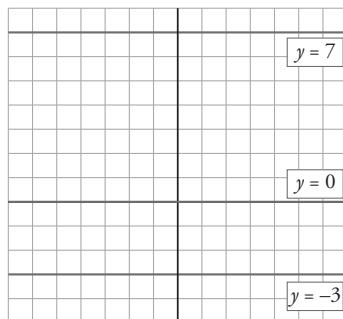
9.11 Escriviu les equacions d'aquestes funcions:



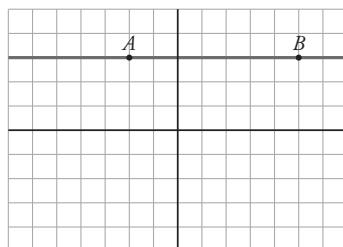
- a) $y = 5 - 2x$ b) $y = -5 + 2x$ c) $y = -2 - \frac{1}{6}x$ d) $y = 2 - \frac{4}{3}x$

9.12 Representa les funcions següents:

- a) $y = 7$ b) $y = -3$ c) $y = 0$



9.13 a) Representa la recta que passa pels punts $A(-2, 3)$ i $B(5, 3)$.



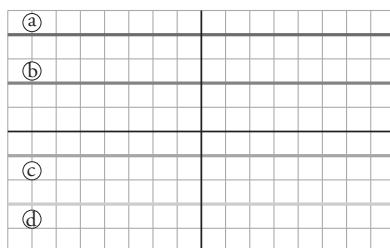
- b) Sense fer-hi cap càcul, pots donar l'equació de la recta anterior?

$y = 3$

- c) Quin és el pendent d'aquesta recta?

El pendent és zero.

9.14 Escriviu l'equació de les funcions següents:

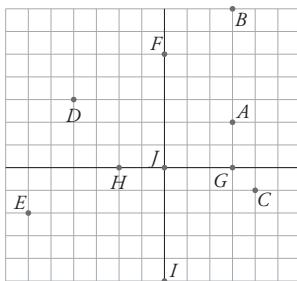


- a) $y = 4$ b) $y = 2$ c) $y = -1$ d) $y = -3$

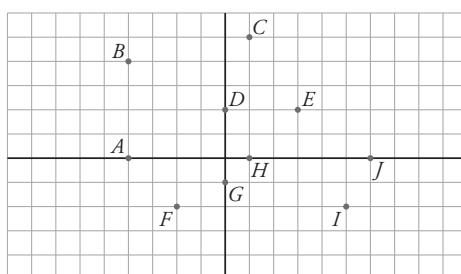
Interpretació de punts

9.15 ▲▲▲ Dibuixa sobre un paper quadriculat uns eixos coordenats i representa-hi els punts següents:

$A(3, 2)$; $B(3, 7)$; $C(4, -1)$; $D(-4, 3)$; $E(-6, -2)$; $F(0, 5)$; $G(3, 0)$; $H(-2, 0)$; $I(0, -5)$; $J(0, 0)$

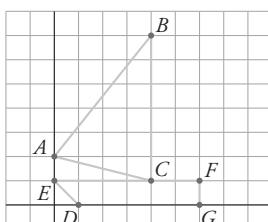


9.16 ▲▲▲ Digues les coordenades de cadascun dels punts següents:

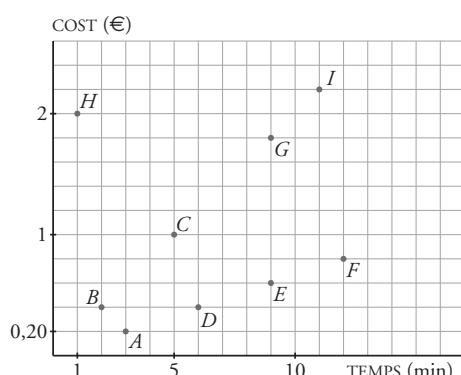


$A(-4, 0)$ $B(-4, 4)$ $C(1, 5)$ $D(0, 2)$ $E(3, 2)$
 $F(-2, -2)$ $G(0, -1)$ $H(1, 0)$ $I(5, -2)$ $J(6, 0)$

9.17 ▲▲▲ Representa els punts: $A(0, 2)$; $B(4, 7)$; $C(4, 1)$; $D(1, 0)$; $E(0, 1)$; $F(6, 1)$; $G(6, 0)$. Uneix mitjançant segments AB , BC , CA , DE , EF , FG , GD .



9.18 ▲▲▲ Cada punt del diagrama següent representa una trucada:

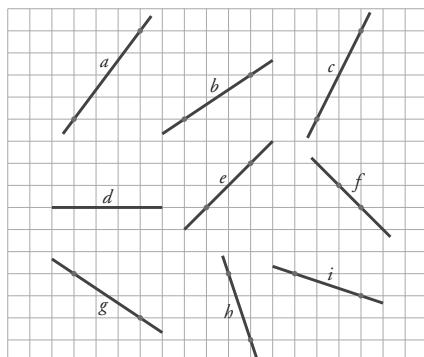


a) Quina ha estat la trucada més llarga? $F \rightarrow 12$ min

- b) Quina ha estat la trucada més curta? $H \rightarrow 1$ min
 c) Una de les trucades ha estat a Austràlia. De quina creus que es tracta? H
 d) Hi ha unes trucades locals. Quines són? A, D, E, F

Representació de rectes

9.19 ▲▲▲ Calcula el pendent de cadascuna de les rectes següents:

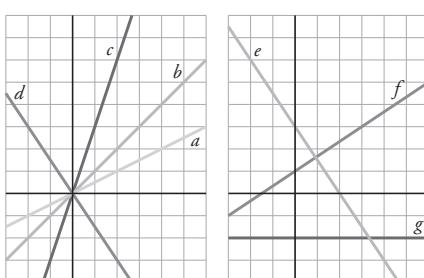


- a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) 2 d) 0 e) 1 f) -1 g) $-\frac{2}{3}$ h) -3 i) $-\frac{1}{3}$

9.20 ▲▲▲ Representa les funcions següents:

- a) $y = 2x$ b) $y = \frac{1}{2}x$ c) $y = -3x$ d) $y = \frac{4}{3}x$
 e) $y = -\frac{2}{5}x$ f) $y = \frac{3}{4}x$ g) $y = -\frac{1}{2}x - 2$ h) $y = -3x + 5$
 i) $y = -\frac{4}{3}x + 1$ j) $y = -\frac{2}{5}x + 4$ k) $y = -1$ l) $y = 4$
 m) $y = 3$ n) $y = x$
- Les rectes passen per:
- a) (0, 0) (3, 6) b) (0, 0) (6, 3) c) (0, 0) (2, -6) d) (0, 0) (3, 4)
 e) (0, 0) (5, -2) f) (0, 0) (4, 3) g) (0, -2) (2, -3) h) (0, 5) (1, 2)
 i) (0, 1) (3, -3) j) (0, 4) (5, 2) k) (0, -1) (3, -1) l) (0, 4) (5, 4)
 m) (0, 3) (3, 3) n) (0, 0) (4, 4)

9.21 ▲▲▲ Escriu l'equació de cadascuna de les funcions següents:



- a) $y = \left(\frac{1}{2}\right)x$ b) $y = x$ c) $y = 3x$ d) $y = -\left(\frac{3}{2}\right)x$

e) $y = 3 - \left(\frac{3}{2}\right)x$ f) $y = 1 + \left(\frac{2}{3}\right)x$ g) $y = -2$

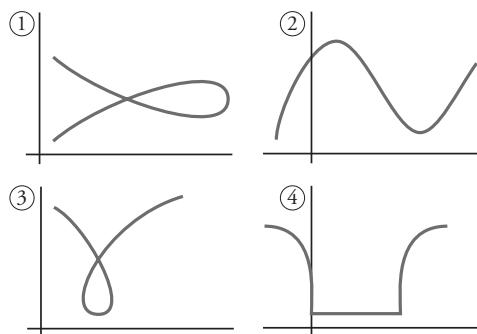
Problemes amb funcions

9.22 Exercici resolt.

9.23 Representa les paràboles següents a partir de l'obtenció en cada cas d'una taula de valors:

- | | | | |
|---|--|-------------------|-----------------------|
| a) $y = x^2 - 4$ | b) $y = x^2 + 1$ | c) $y = -x^2$ | d) $y = -x^2 + 1$ |
| e) $y = (x - 2)^2$ | f) $y = (x - 2)^2 - 4$ | g) $y = x^2 - 4x$ | h) $y = x^2 - 4x + 3$ |
| a) Vèrtex $(0, -4)$ i talls en $(-2, 0)$ i $(2, 0)$. | b) Vèrtex $(0, 1)$ i passa per $(1, 2)$ i $(2, 1)$. | | |
| c) Vèrtex $(0, 0)$ i passa per $(-2, -4)$ i $(2, -4)$. | d) Vèrtex $(0, 1)$ i talls en $(-1, 0)$ i $(1, 0)$. | | |
| e) Vèrtex $(2, 0)$ i passa per $(0, 4)$ i $(4, 4)$. | f) Vèrtex $(2, -4)$ i talls en $(0, 0)$ i $(4, 0)$. | | |
| g) Vèrtex $(2, -4)$ i talls en $(0, 0)$ i $(4, 0)$. | h) Vèrtex $(2, -1)$ i talls en $(1, 0)$ i $(3, 0)$. | | |

9.24 Quins dels gràfics següents corresponen a una funció i quins no?



Corresponen a una funció els gràfics ② i ④.

9.25 La Carme passeja i va allunyant-se del poble a una velocitat de 2 km/h. En aquest moment, es troba a 4 km del poble.

- On es trobarà d'aquí a una hora? A 6 km.
 - On es trobava fa una hora? A 2 km.
 - Representa la distància al poble d'acord amb el temps transcorregut a partir d'ara.
 - Calcula l'equació de la funció denominant x el temps i y , la distància al poble.
- $y = 2x + 4 \rightarrow$ passa per $(0, 4), (1, 6)\dots$

Interpretació de gràfics

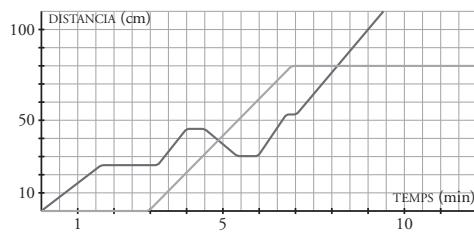
9.26 Representa gràficament una cursa de 200 m entre dos corredors, amb les característiques següents:

A surt més ràpidament que B i, en 15 segons, té 10 m d'avantatge.

A cau en l'instant 5 segons i B l'avança. Però A aixeca en 2 segons i avança B a la línia de meta mateixa.

Vegeu gràfic en CD Recursos Didàctics.

9.27 En Rafael i la Maria posen a competir, en una correguda, els seus cargols; un dels cargols duu un adhesiu vermell i l'altre, un adhesiu verd.



El verd tarda a sortir i para abans d'arribar.

a) Quant de temps està parat en cada cas? A quina distància de la meta para definitivament?

El cargol verd està parat a la sortida 3 minuts i, més tard, des del minut 7 fins que acaba la carrera. Es para a 30 cm de la meta.

b) Quants de centímetres i durant quant de temps va el vermell en direcció contrària?

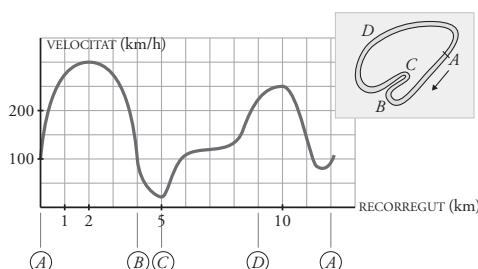
El vermell marxa en sentit contrari durant 1 minut una distància de 15 cm.

c) Descriu la correguda dels cargols.

El cargol verd està parat a la sortida 3 min. Durant els 4 min següents avança 80 cm, i sobrepassa al cargol vermell en el minut 5. A partir del minut 7 de la carrera, el cargol verd es queda parat a 30 cm de la meta. El cargol vermell avança 25 cm en 1,75 min. En aquest instant, es para durant 1,5 min. Torna a avançar 20 cm, per a la qual cosa inverteix 0,75 min més. Es torna a parar durant 0,5 min més i comença a caminar en direcció contrària durant un min, i així retrocedeix 15 cm. Torna a descansar durant 0,5 min, i a partir d'aquí avança cap a la meta i només fa un breu descans d'un quart de minut. Sobrepassa al cargol verd al minut 8.

9.28 ▲▲△ En el gràfic hi ha descrita la velocitat d'un bòlid de competició en cada lloc d'aquest circuit:

Digues en quins trams la velocitat és creixent i en quins és decreixent. A què creus que són deguts els augmentos i les disminucions de velocitat?



La velocitat és creixent:

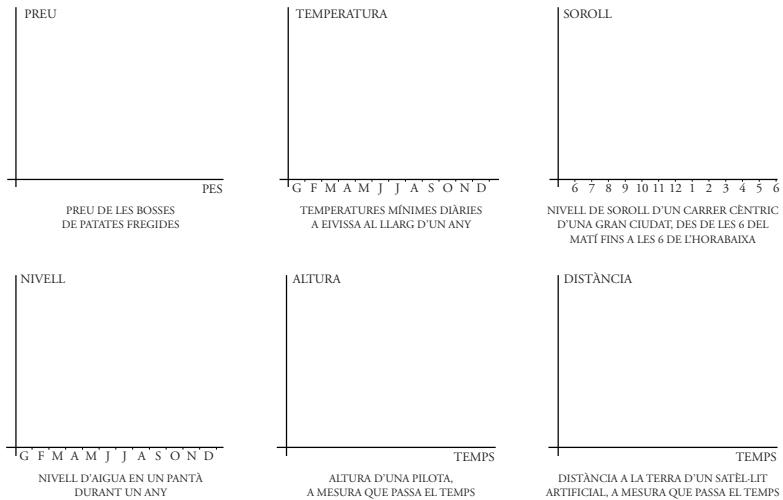
- Des de 0 (punt A) fins al quilòmetre 2.
- Des del quilòmetre 5 (C) fins al 10.
- Des del quilòmetre 11,5 fins a A.

La velocitat és decreixent:

- Des del quilòmetre 2 fins al quilòmetre 5 (C).
- Des dels 10 km fins a 500 m abans d'arribar a A.

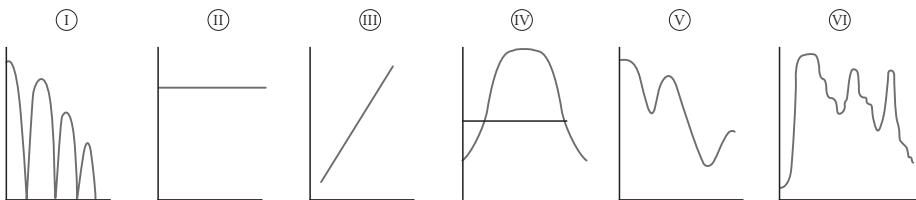
Les disminucions de velocitat semblen causades per les corbes del circuit. Els augmentos de velocitat s'identifiquen amb els trams sense corbes.

9.29 Representa un gràfic en què es reflecteixi cadascuna de les situacions que descrivim a continuació:



Per a representar aquests gràfics pots fixar-te en els sis següents.

Responen, en un altre ordre, a allò que et demanem:



Aquesta pàgina representa d'alguna manera els principals conceptes suposadament apresos al llarg de l'estudi de la unitat. Els alumnes han de reconèixer a partir de les situacions plantejades el tipus de funció de què es tracta, assignar valors a la variable independent i representar-la. Per ajudar-los en aquest treball, gens fàcil per a principiants, els donem, alterant-ne l'ordre, les representacions gràfiques resultants de les sis funcions.

Preu de les bosses de patates fregides → III

Temperatures mínimes diàries a Toledo al llarg d'un any → IV

Nivells de soroll d'un carrer cèntric d'una gran ciutat → VI

Nivell d'aigua en un pantà al llarg d'un any → V

Altura d'una pilota en passar el temps → I

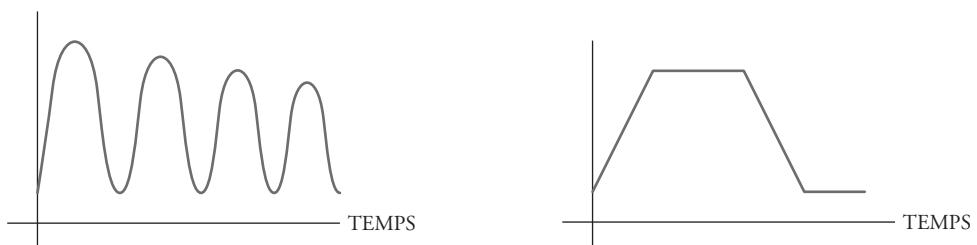
Distància a la Terra d'un satèl·lit artificial en passar el temps → II

9.30 I ara, sense cap ajuda, representa les funcions següents:

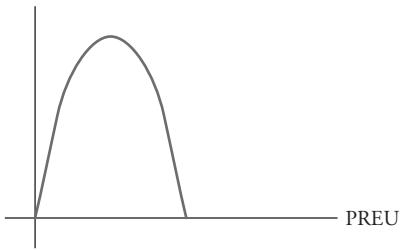
- L'altura a la qual es troba el seient d'un gronxador, a mesura que passa el temps.
- La temperatura d'un cassó d'aigua que escalfem al foc fins que bull i després deixam refredar.
- Els guanys d'una casa de lloguer de vídeos segons el preu: si són massa barats, en llogarà molts, però hi guanyarà poc, i si són massa caris, en llogarà pocs i també hi guanyarà poc.

a) ALTURA

b) TEMPERATURA



c) GUANYS



Jocs per pensar

Punts i equacions

- a) $y = x^2 + 3$ b) $y = 3x - 1$ c) $y = \frac{5}{2}x$ d) $y = x^2 - 1$