

ACTIVITATS D'ESTIU DE MATEMÀTIQUES



CURS 4t ESO

Fes les activitats en fulls apart. Indica el número de l'activitat i has de copiar els apartats. No t'oblidis d'escriure totes les operacions i el procediment i no facis servir la calculadora (només per comprovar si ho has fet correctament).

Nom i cognoms:

CURS 20__-20__

Alumnes amb la matèria suspesa

- L'alumne/a lliurarà aquest treball el dia de l'examen de setembre
- Tots els problemes han d'estar raonats i desenvolupats totalment (no val un resultat que no sabem d'on ha sortit)
- S'ha d'escriure l'enunciat del problema
- Es tindrà en compte el treball en la nota de l'examen de setembre

Nota important: Aquests exercicis serveixen com a model per a l'examen, però l'alumne/a ha de repassar el llibre, els apunts del curs i sobretot els exàmens que s'han fet durant el curs.

Exercicis del treball d'estiu**Nombres reals**

1. Escriu amb la simbologia adequada i representa gràficament els intervals següents de \mathbb{R} :
 - a) Tots els nombres menors de -4 .
 - b) Tots els nombres compresos entre -1 i 5 , ambdós inclosos.

2. Expressa els radicals següents mitjançant potències d'exponent fraccionari:

$$\text{a) } \sqrt[3]{x^2} \quad \text{b) } \frac{1}{\sqrt[5]{a^3}} \quad \text{c) } \sqrt[6]{\sqrt{c^3}}$$

3. Posa en forma d'arrel les potències següents: a) $3^{\frac{2}{7}}$ b) $a^{\frac{-1}{2}}$

4. Simplifica al màxim les expressions següents:

$$\text{a) } 5\sqrt{2} - \sqrt{18} + 3\sqrt{72} - 3\sqrt{50} \quad \text{b) } \frac{3}{2}\sqrt{3} - \sqrt{\frac{12}{9}} \quad \text{c) } \frac{\sqrt[4]{a^2 \cdot b} \cdot \sqrt[3]{a \cdot b^5}}{\sqrt{a^3 \cdot b^5}}$$

5. Racionalitza els denominadors:

$$\text{a) } \frac{5}{\sqrt{3}} \quad \text{b) } \frac{3}{\sqrt[3]{4}} \quad \text{c) } \frac{4}{3 + \sqrt{5}} \quad \text{d) } \frac{2}{2\sqrt{3} - \sqrt{10}}$$

Polinomis i fraccions algebraiques

6. Efectua les operacions següents i simplifica'n el resultat:

$$\text{a) } x \cdot (x^2 - 1) - (2x + 3) \cdot (3x - 2) \quad \text{b) } (x - 1)^2 - (2x - 3) \cdot (2x + 3)$$

7. Simplifica la fracció següent: $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

8. Calcula, simplificant al màxim:

a) $\frac{2x}{x-1} - \frac{x}{x+1}$ b) $\left(1 - \frac{y}{x}\right) : \left(1 + \frac{x}{y}\right)$ c) $\frac{x+3}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x^2-9}$ d) $\frac{x^2+10x+25}{x^3+5x^2} : \frac{x^2+2x^2}{x^2-5x}$

9. Descompon en factors i digues quines són les arrels:

a) $x^3 - x - 6$ b) $x^4 + 2x^3 + x^2$ c) $4x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x - 1$

10. Quin valor ha de tenir "c" en la divisió $(3x^3 - 14x^2 - 2x + c) : (x + \frac{1}{3})$ perquè el seu residu sigui 0?

Equacions, sistemes i inequacions

11. Resol les equacions següents:

a) $4x^4 - 4x^2 + 1 = 0$ b) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ c) $x - \sqrt{7-3x} = 1$

d) $\frac{x+1}{x-2} - \frac{x+2}{x-3} = \frac{1}{4}$ e) $\frac{15}{x} - 2 = \frac{72-6x}{2x^2}$

12. Resol els sistemes següents:

a)
$$\begin{cases} \frac{2(x+1)}{5} - \frac{3(y-2)}{2} = 0 \\ \frac{x+y}{4} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$$

13. Amb dues classes de vernís, de 3,50 €/kg i d' 1,50 €/kg, volem obtenir un vernís de 2,22 €/kg. Quants quilos n'hem de posar de cada classe per obtenir 50 kg de la mescla?

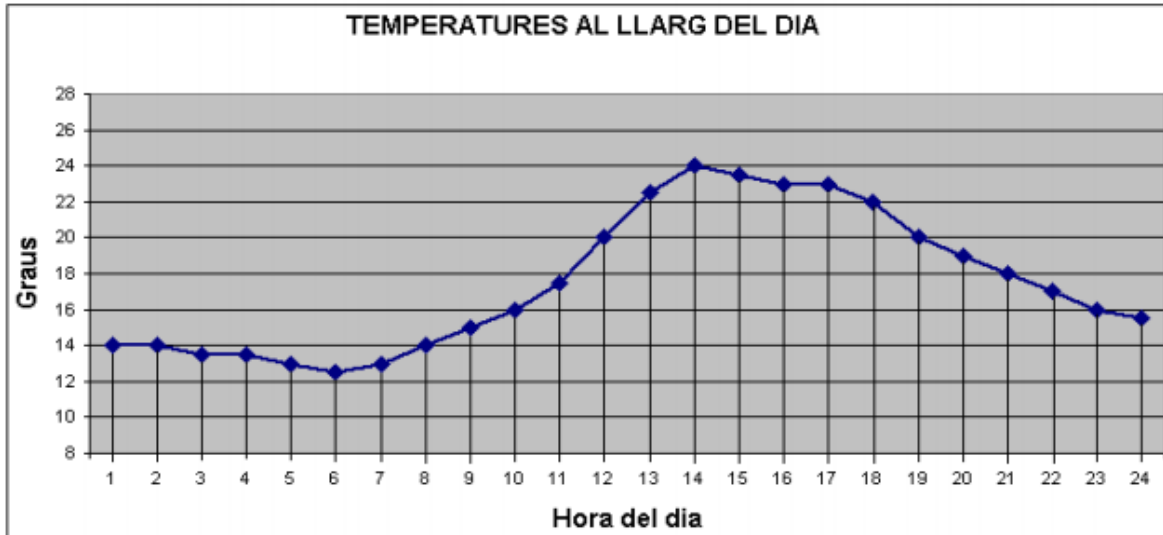
14. Un grup d'estudiants de l'institut Puig i Castellar lloga un autocar per anar d'excursió i els costa 660 €. Si en fossin cinc més, cada un pagaria 22 € menys. Quants estudiants són i quant paga cadascú? (1 punt)

Funcions elementals

15. Donades la paràbola $y = -x^2 + 4x + 5$ i la recta $y = 9 + 8x$

- Calcula les coordenades del vèrtex de la paràbola.
- Calcula els punts on es tallen la recta y la paràbola.
- Calcula, analíticament, els punts de tall de la paràbola amb els eixos de coordenades.
- Representa gràficament els resultats, dibuixant la recta i la paràbola.

20. Aquest gràfic mostra les temperatures al llarg d'un dia determinat del mes de maig. S'hi pot observar la variació hora a hora. Es demana: (1,2 punts)



- A quina hora s'ha produït la temperatura més baixa?
 - Quina explicació meteorològica o astronòmica hi dones?
 - A quina hora s'ha produït la temperatura més alta?
 - Quina explicació hi dones?
 - Entre quines hores hi ha hagut un major increment de temperatures, entre les 10 i les 12 o entre les 12 i les 14?
 - Quina diferència de temperatura hi ha entre les 8 i les 17?
21. Les despeses anuals d'una empresa per a la fabricació de x ordinadors són $D(x) = 50x + 5000$, i els ingressos $I(x) = 550x - 0,1x^2$. (1,5 punts)
- Escriu l'equació de la funció benefici $B(x)$.
 - Quants ordinadors s'han de fabricar perquè el benefici sigui màxim?
 - Quin és el benefici màxim?

Trigonometria

22. Utilitzant alguna de les relacions $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$ i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$,
calcula: (α és del primer quadrant)

- a) el cosinus i la tangent d'un angle agut α que verifica $\sin \alpha = 0,2$
- b) el sinus i cosinus d'un angle agut α que verifica $\operatorname{tg} \alpha = 2$
- c) troba amb la calculadora els angles corresponents

23. Calcula els costats i els angles d'un triangle rectangle en cada un dels casos següents:

- a) Un angle agut val 40° i un del seus catets mesura 19 cm
- b) La hipotenusa mesura 6 cm i un dels angles aguts val 60°

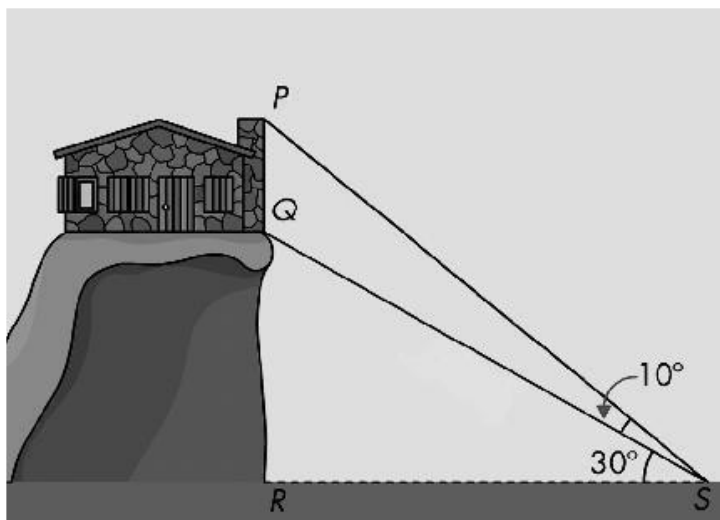
24. Calcula l'alçària d'una torre sabent que la seva ombra mesura 15 cm quan els rajos del Sol formen un angle de 40° amb el terra.

25. Des d'un cert punt s'observa la part més alta de la xemeneia d'una masia sota un angle de 60° . Endarrerint la posició 250 m en la direcció adient, l'angle esdevé de 30° . Quina és l'altura d'aquesta xemeneia?

26. Sabent que la distància entre Q i S és de 22 metres, calcula:

a) l'altura de l'edifici de la figura (Segment PQ).

b) la distància entre P i S



Estadística

27. La taula següent mostra el temps, en intervals, que triguen els alumnes d'un curs en anar de casa fins a l'escola:

| Temps en minuts | [0,5) | [5,10) | [10,15) | [15,20) | [20,25) | [25,30) |
|-----------------|-------|--------|---------|---------|---------|---------|
| Alumnes (fi) | 2 | 11 | 13 | 6 | 3 | 1 |

Calcula:

- a) la mitjana
- b) la variància
- c) la desviació típica
- d) Fes el gràfic.

28. En 4 viatges del trajecte Barcelona-Girona un conductor ha observat les velocitats mitjaneres i els consums de gasolina següents:

| | | | | |
|--------------------|-----|-----|----|-----|
| Velocitat, km/h. x | 105 | 117 | 90 | 120 |
| Consum, litres y | 6'5 | 7'5 | 6 | 8'2 |

- a) Representa el núvol de punts i el centre de gravetat (aquest últim en un color diferent)
- b) Troba el coeficient de correlació (digues si és forta o dèbil)
- c) Escribeu la recta de regressió del consum respecte de la velocitat.
- d) Quin consum esperaríeu d'un viatge fet a 130 km/h de mitjana? I a 80 km/h?

Probabilitat

29. Llancem un dau i mirem el nombre obtingut.
 - a) Calcula la probabilitat d'obtenir un nombre menor que 4.
 - b) Quin és l'esdeveniment contrari a "obtenir un múltiple de 3"?

30. Llancem tres monedes i mirem si ha sortit cara o creu.
 - a) Escribeu el conjunt de resultats possibles d'aquesta experiència.
 - b) Calcula la probabilitat d'obtenir tres creus.
 - c) Calcula la probabilitat d'obtenir alguna cara.

31. Una caixa conté 5 boles blanques, 3 de vermelles i 12 de negres.
 - a) Agafem dues boles d'aquesta caixa i anotem el seu color. Calcula la probabilitat que les dues siguin negres.
 - b) Agafem una bola, la tornem a la caixa i en traiem una altra. Calcula la probabilitat d'obtenir dues boles del mateix color.