



Fem Mates

2022

PRIMERA FASE

2n d'ESO

ABANS DE COMENÇAR

Us recordem que a la primera fase del Fem Matemàtiques hi podeu participar en grups de tres o quatre alumnes. Cadascun d'aquests grups ha de resoldre conjuntament els tres problemes que hi ha a continuació, en aquest cas la divisió del treball no és la millor manera de participar.

En el Fem Matemàtiques es valoren, a més de la correcció dels resultats, altres aspectes, com l'ús d'estratègies originals i la capacitat per explicar el perquè dels possibles resultats numèrics, és a dir, no poden ser fruit d'un full de càlcul sense més explicacions. Intenteu fer els problemes el millor que sapigueu, sense defallir si no trobeu la solució a la primera.

Us recomanem, en la mesura que sigui possible, treballar amb material manipulatiu. Mireu de redactar un informe per a cada problema tan complet i clar com pugueu, fins i tot si algun dels diferents apartats no l'heu pogut acabar com us hagués agradat. D'altra banda, us recomanem que abans d'intentar resoldre un problema us familiaritzeu amb l'enunciat, feu proves i després traieu-ne conclusions.

Ànims i passeu-ho molt bé fent matemàtiques!



feemcat

Federació d'Entitats per a l'Ensenyament
de les Matemàtiques a Catalunya



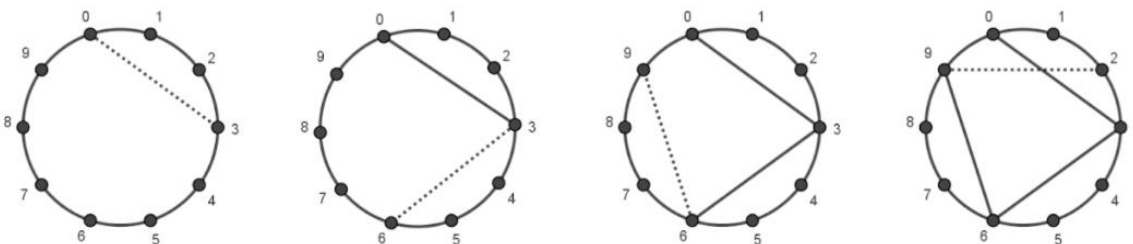
Associació de Professors i Mestres de Matemàtiques

EL CAMÍ D'UN NOMBRE

A l'escola d'en Hao tenen una mena de rellotges molt curiosos. Dic curiosos perquè en lloc de tenir les hores de l'1 al 12 les tenen del 0 al 9. Bé, he dit rellotges però tampoc ho són. No serveixen per mesurar el temps. En Hao diu que serveixen per dibuixar camins de nombres.

Cadascun dels 10 punts del rellotge ve representat per un número.

Per explicar-nos com funciona en Hao agafa un cabdell de llana blava i ens anuncia que dibuixarà al rellotge el camí del nombre 3. Dit això, lliga un extrem del fil de llana al zero. “Sempre començo pel zero”, afirma categòricament. Després tensa el fil del zero fins al tres. “Veieu? Del zero al tres he comptat tres nombres”, explica. Del tres, salta al nombre 6. I del sis al nou. “En el camí del 3 sempre passo d'un nombre al següent comptant tres punts”. “Ara saltaré del 9 al dos, veieu? Del nou al dos també hi ha tres punts”.

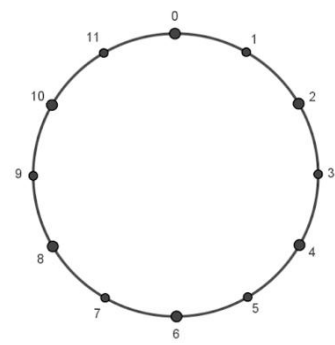
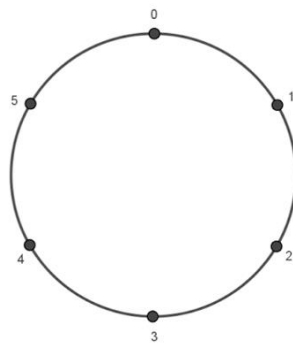
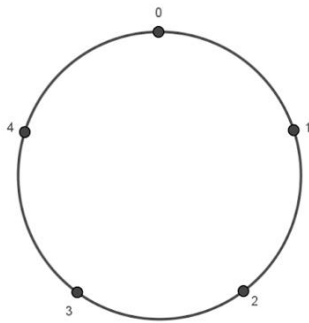


En Hao explica que cal fer aquest camí tants cops com calgui fins a tornar al 0. La Nadine observa el rellotge amb espurnes als ulls, emocionada pel que li acaben d'explicar.

Els tres amics es miren embadalits. “I sempre acabes arribant al 0?”, pregunta en Jan. En Hao es posa vermell, “Sempre, no ho sé. Jo només he provat molt pocs casos”, contesta.

- Acabeu de construir el camí del tres. Heu passat per tots els nombres? Us n'heu deixat algun?
- Construiu els camins dels nombres de l'1 fins al 9. Què observeu? Expliqueu matemàticament el perquè de tot plegat amb les vostres paraules.
- En Jan ha seguit donant voltes després d'arribar al zero. Sense comptar el zero inicial ha passat per 23 punts. Sabeu en quin punt s'ha quedat? I si hagués passat per 783 punts?

La Nadine també ha escoltat les explicacions d'en Hao sobre els camins dels nombres i ha construït tres rellotges diferents. El primer amb 5 punts, el segon amb 6 i el darrer amb 12 punts.

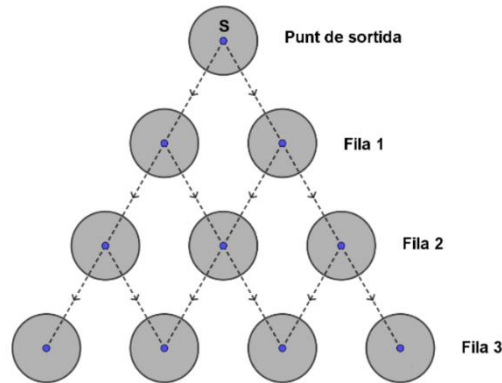


- d) Representeu el camí del tres als tres rellotges. Què obteniu? Quina explicació hi trobeu?
- e) Si continueu el camí del 3 i us atureu després d'haver passat per 783 punts sense comptar el 0 inicial, en quin punt acabareu en cadascun dels tres rellotges creats per la Nadine?
- f) Torneu-vos a centrar en el camí del tres. En quins rellotges no passeu per tots els punts? Per exemple, què passa amb el rellotge de 111 punts? Podeu trobar-hi alguna regla general?

ANEU ON L'ATZAR US PORTI

Us proposem el següent joc: a partir d'ara l'atzar guiarà el vostre destí, o més ben dit, qui decidirà el camí que feu serà una moneda.

Fixeu-vos en el següent taulell:

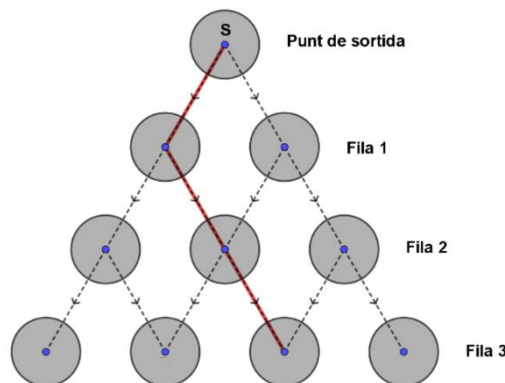


El camí que realitzareu sobre aquest taulell comença sempre al punt de sortida **S** i continua en ordre descendent seguint el sentit de les fletxes.

Com podeu veure, ja al punt de sortida hi ha una bifurcació per anar a una de les dues caselles de la fila 1. Per escollir si aneu a la dreta o a l'esquerra llanceu una moneda. Si surt cara us moveu seguint la fletxa de la dreta, fins a la següent casella de la fila 1. En canvi, si surt creu, us moveu seguint la fletxa de l'esquerra fins a la casella corresponent de la fila 1.

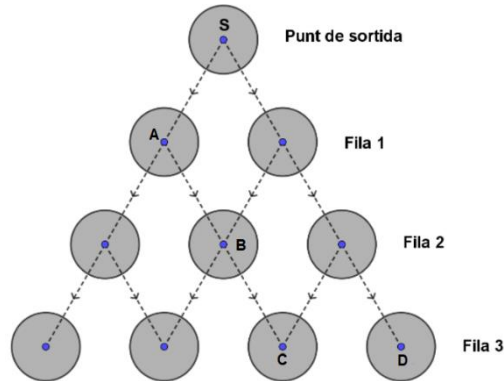
Un cop sou a una de les dues caselles de la fila 1, us torneu a trobar amb una segona bifurcació. Per escollir per quin camí baixareu a la fila 2 torneu a tirar la moneda amb les mateixes instruccions d'abans.

Seguint aquest procediment, en cada casella la moneda escollirà si segueix a dreta o a esquerra, sempre en sentit descendent.



Per exemple, heu llançat la moneda tres cops i ha sortit creu-cara-cara. Per això heu seguit el camí marcat, escollint primer el camí de l'esquerra i després el de la dreta dos cops seguits. (Observeu l'exemple representat a la taula anterior)

- a) Quants camins diferents us permetrien arribar a la casella A? I a la B? I a la C? I a la D?



- b) Imagineu que cadascun dels vostres companys de classe llança la moneda tres cops i marca el camí que li ha sortit. A quina casella creieu que hauran arribat més vegades? Per què ho creieu?
- c) Repetiu 30 cops l'experiment de seguir tot el camí suggerit per la moneda. Quantes vegades surt cada opció? Què observeu?
- d) Podeu fer una aproximació del que us sortiria si repetíssiu 200 vegades l'experiment?

Afegiu dues files més al taulell de la figura. Anomeneu amb les lletres de la A a la F les caselles de la fila 5.

- e) De quantes maneres diferents podreu arribar a la casella F de la fila 5. I a la casella E? I a la A?
- f) Sobre aquest taulell escriviu a cada casella (de totes les files) el nombre de formes diferents que existeixen per arribar-hi.

Considerem ara un taulell més gran, de 10 files.

- g) Podríeu deduir quants camins diferents arribaran a les caselles de la darrera fila? És possible fer-ho sense haver de comptar un a un tots els camins possibles?
- h) Feu una vegada l'experiment. A quina casella de la fila 10 creieu que hi ha més opcions d'arribar? Raoneu la resposta.
- i) Llençant monedes, per casualitat hem acabat recorrent camins d'un taulell de 30 files de mil maneres diferents. Ho creieu possible? Per quants camins diferents es pot arribar a les caselles finals d'aquest taulell?

PINTEM QUADRADETS

1. Observeu aquest joc que està ben resolt i penseu què signifiquen els nombres que hi apareixen.

		1			3	
		2	2	1	1	3
2					■	■
1	2	■			■	■
	2				■	■
	2	■	■			
	4	■	■	■	■	

2. Resoleu ara aquests que hi ha a continuació. Raoneu com els resoleu: per quines files o columnes creieu que és millor començar i de quina forma continueu omplint quadradets.

		3	1			
		1	1	4	1	2
3						
1	1					
	3					
1	1					
1	2					

			2		
		4	4	1	1
3					
3					
	2				
	2				
1	1	1			

3. Quins nombres hi hauria d'haver en una fila o columna per poder estar completament segurs de com omplir-la? Escriviu totes les possibilitats que trobeu i raoneu la vostra resposta.

4. Ara que ja teniu més experiència, a veure com us en sortiu amb aquests taulells:

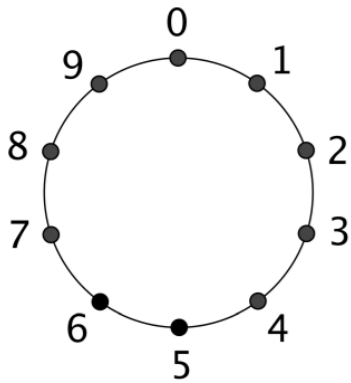
				2						
		5	2	2	1		4			8
		5	3	4	1	1	1	1	3	6
3	1	2								
3	1	4								
2	1	4								
	2	4								
	2	2								
	1	2								
	3	1								
	2	1								
		2								
	6	1								

								6		
		3	5	4	4	3	2	1		
		3	1	2	2	2	3	5	1	1
5										
6										
6	1									
5	1									
3	1									
1	2									
1										
5										
5	1									
7										

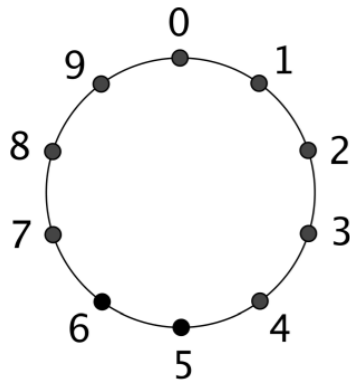
- Quins nombres hi hauria d'haver en una fila o columna d'un taulell 10x10 per poder estar completament segurs de com omplir-la? Escriviu totes les possibilitats que trobeu i raoneu la vostra resposta.
- Escriviu altres estratègies que podeu fer servir en els casos 10x10.
- Inventeu-vos un cas 6x6 el més difícil possible, dibuixeu la solució i expliqueu pas a pas com es resoldria. Aquesta solució és única?

ANNEX - EL CAMÍ D'UN NOMBRE

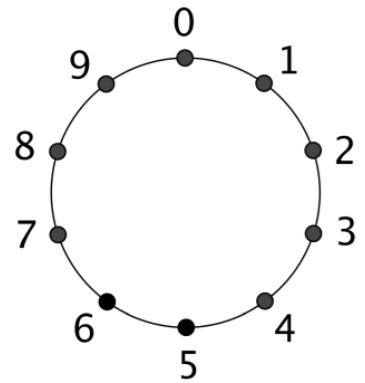
Camí de l'1



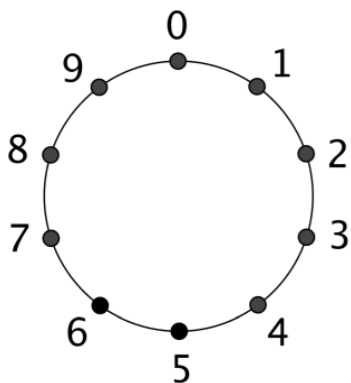
Camí del 2



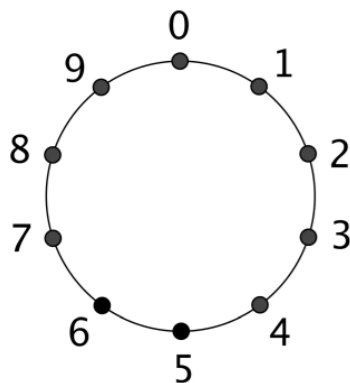
Camí del 3



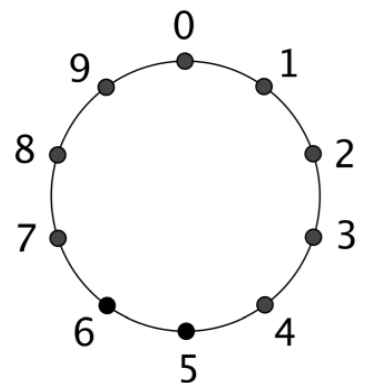
Camí del 4



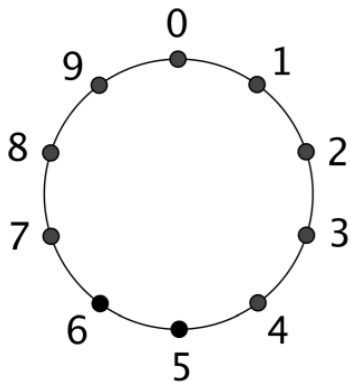
Camí del 5



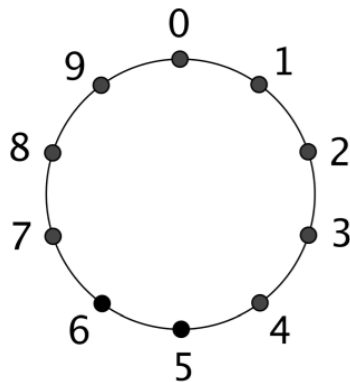
Camí del 6



Camí del 7



Camí del 8



Camí del 9

